

DAS SPIEGELDENDROMETER
UND
DIE BESTIMMUNG DER FORMKLASSE MIT
HILFE EINES DENDROMETERS

T. HEIKKILÄ

*PEILIDENDROMETRI JA MUOTOLUOKAN MÄÄRÄÄMINEN
DENDROMETRIN AVULLA
SELOSTUS*

HELSINKI 1932

Inhaltsverzeichnis.

	Seite
Das Spiegeldendrometer	3
Die Bestimmung der Formklasse mit Hilfe eines Dendrometers	10
Peilidendrometri ja muotoluokan määrittäminen dendrometrin avulla	25

Das Spiegeldendrometer.

Das Spiegeldendrometer (Abb. 1)¹ besteht aus einem metallischen Hohlkörper von den Ausmassen 4.5 · 5.5 · 9.5 cm. Es lässt sich mit Hilfe einer besonderen Vorrichtung freihängend verwenden. Im Innern ist ein 6 cm hoher und 2 cm breiter Spiegel senkrecht angebracht; diesem gegenüber befinden sich etwas tiefer zwei ebenfalls senkrechte Spiegel von 2 cm Höhe und Breite aufeinander. Der äussere Spiegel ist jedoch nur auf der unteren Hälfte versilbert, so dass der innere Spiegel durch die obere Hälfte des ersteren sichtbar wird. Beide Spiegel sind ausserdem so miteinander befestigt, dass sie in horizontaler Fläche miteinander einen konstanten Winkel bilden, dessen Tangente 0.0075 ist. Alle Spiegel sind planparallel.

Die senkrechte Lage der Spiegel lässt sich nötigenfalls mit Hilfe eines Nivellierinstrumentes justieren. Zunächst wird an der Nivellierlatte die Lage der horizontalen Visierlinie bestimmt und dann das Bild der Nivellierlatte in dem zu untersuchenden Spiegel des Dendrometers betrachtet. Wenn der Spiegel senkrecht ist, erhält man an der Visierlatte die gleiche Ablesung. Am besten prüft man zuerst die Lage des kleinen äusseren Spiegels, die nötigenfalls durch Verschiebung der Aufhängevorrichtung berichtigt werden kann. Da der innere kleine Spiegel mit dem äusseren kleinen starr verbunden ist, stellt er sich mit diesem gleichzeitig senkrecht ein. Darauf wird die Lage des grossen Spiegels geprüft und nötigenfalls mit Hilfe von Stellschrauben berichtigt. Da das Spiegeldendrometer jedoch schon in der Fabrik justiert ist, bedarf es keiner Nachprüfung, falls es nicht etwa beschädigt ist.

Das Spiegeldendrometer dient zur Bestimmung des oberen Durchmessers eines Stammes. Die Visierlinie ist schräg und bildet mit der horizontalen Standlinie einen Winkel, dessen Tangente ca. 0.15—1.00 beträgt. Der Apparat wird freihängend in der Weise verwandt, dass die Lichtstrahlen, welche von dem Durchmesser des Stammes kommen, zuerst in dem grossen und dann teilweise in dem inneren kleinen Spiegel und teilweise auch in dem

¹ Zu beziehen von der Firma Th. Wulff O.Y. in Helsinki.

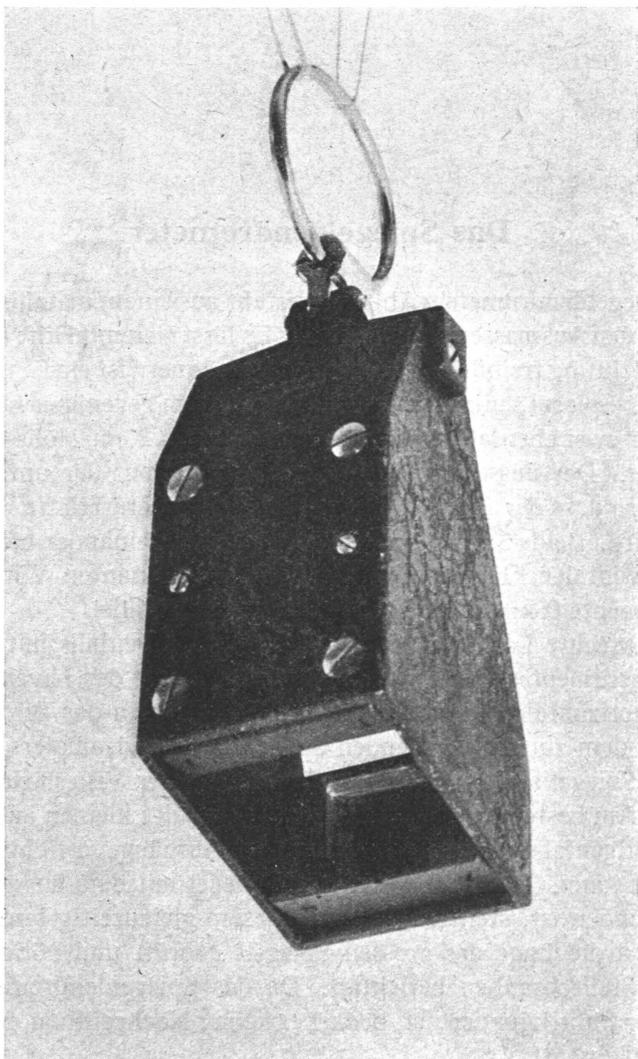


Abb. 1.

äußeren kleinen Spiegel reflektiert werden. Man sieht zwei Bilder des Stammes, von denen das eine etwas seitlich verschoben ist, und stellt sich dann in einer solchen Entfernung vom Stamme auf, dass die gegenüberliegenden Seiten eine Linie zu bilden scheinen (Abb. 2).

Dann wird der horizontale Abstand von dem zu messenden Durchmesser bis zum Aufhängepunkt bestimmt, 5 cm hinzugefügt (Abb. 3) und der

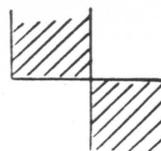


Abb. 2.

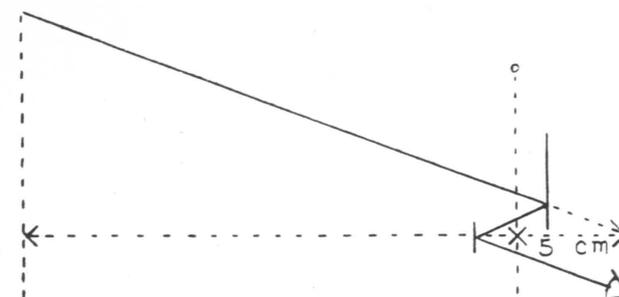


Abb. 3.

erhaltene Wert mit einem Faktor multipliziert, der bei jedem Apparat experimentell festzustellen ist. Das Resultat gibt die Grösse des zu messenden Durchmessers an und ist unabhängig von der Höhenlage desselben.

Da sich beide Stammbilder mit der gleichen Augenakkommodation beobachten lassen, nimmt die Genauigkeit der Messung bedeutend zu. Das Bild wird am deutlichsten, wenn der Himmel den Hintergrund bildet. Da der zu messende Stamm gewöhnlich mit abgeschuppter Rinde bedeckt oder bisweilen mit Flechten bewachsen ist, muss das eine Bild entsprechend weniger seitlich verschoben werden.

Das Spiegeldendrometer eignet sich vor allem zur Bestimmung der Formklasse in Beständen, in denen die Kronenansätze der Bäume hoch liegen, doch lässt es sich auch zu andern Zwecken verwenden. Wenn der Durchmesser klein ist und gleichzeitig so hoch liegt, dass er sich mit dem Apparat nicht in gewöhnlicher Weise bestimmen lässt, kann man das Bild um zwei Stammstärken zur Seite verschieben.

Die grössten und kleinsten Messungshöhen des Durchmessers auf ebenem Gelände lassen sich folgendermassen bestimmen. Wenn der inverse Wert des oben genannten Faktors mit a , der Durchmesser mit d und die Höhe des Apparates vom Boden mit b bezeichnet wird und die Tangente des Elevationswinkels $0.15-1.00$ beträgt, ist die kleinste Messungshöhe $0.15 a d + b$, die grösste Messungshöhe $a d + b$.

Wenn z.B. $a = 66$, $b = 1.8$ m und $d = 0.20$ m ist, so ist die kleinste Messungshöhe $0.15 \cdot 66 \cdot 0.20 + 1.8 = 3.78$ m, die grösste Messungshöhe $66 \cdot 0.20 + 1.8 = 15.0$ m.

Die Fehler, die dadurch entstehen, dass die kleinen Spiegel nicht senkrecht sind, lassen sich folgendermassen bestimmen. Angenommen, die beiden Spiegel seien zunächst senkrecht und die durch Punkt B (Abb. 4), welcher das Bild des einen Endpunktes des zu messenden Durchmessers ist, verlaufende senkrechte Ebene ABC stehe senkrecht zur Linie AD ,

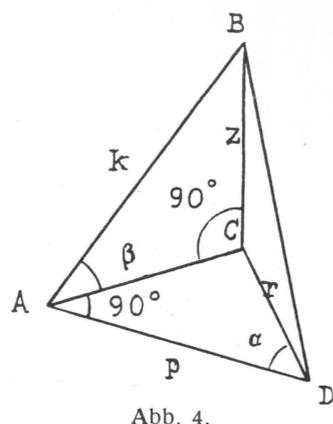


Abb. 4.

der Schnittlinie des in Frage stehenden Spiegels und der horizontalen Ebene ACD , und BD sei die Visierlinie in der senkrechten Ebene BDC und CD ihre senkrechte Projektion in der horizontalen Ebene ACD .

Bezeichnen wir die Winkel CDA und CAB mit α und β und die Geraden DC , CB , AB und AD mit r , z , k und p , so sind k und p unabhängig von β , alle anderen genannten Größen aber von diesem Winkel abhängig. Ebenso ist die Länge der Linie BD unabhängig vom β . Da $AC = k \cos \beta$ und ACD ein rechteckiges Dreieck ist, ist

$$\alpha = \text{arc tang} \frac{k \cos \beta}{p} \quad (1)$$

und

$$r = \sqrt{k^2 \cos^2 \beta + p^2}. \quad (2)$$

Da auch ABC ein rechteckiges Dreieck ist, ist

$$z = k \sin \beta. \quad (3)$$

Durch Differenzierung der ersten Gleichung erhält man

$$\begin{aligned} d\alpha &= -\frac{1}{1 + \frac{k^2 \cos^2 \beta}{p^2}} \cdot \frac{k}{p} \sin \beta d\beta \\ &= -\frac{pk \sin \beta}{p^2 + k^2 \cos^2 \beta} d\beta. \end{aligned}$$

Da $p = r \cos \alpha$, $k \sin \beta = z$ und $p^2 + k^2 \cos^2 \beta = r^2$, erhält man, wenn man die betr. Werte in die Gleichung einsetzt,

$$\begin{aligned} d\alpha &= -\frac{rz \cos \alpha}{r^2} d\beta \\ &= -\frac{1}{r} z \cos \alpha d\beta. \end{aligned} \quad (4)$$

Aus der zweiten Gleichung erhält man durch Differenzierung

$$\begin{aligned} dr &= -\frac{1}{2\sqrt{k^2 \cos^2 \beta + p^2}} k^2 2 \cos \beta \sin \beta d\beta \\ &= -\frac{k^2 2 \cos \beta \sin \beta}{2\sqrt{k^2 \cos^2 \beta + p^2}} d\beta. \end{aligned}$$

Da $k \cos \beta = r \sin \alpha$ und $k \sin \beta = z$ sowie $\sqrt{k^2 \cos^2 \beta + p^2} = r$, erhält man durch Einsetzen

$$\begin{aligned} dr &= -\frac{2zr \sin \alpha}{2r} d\beta \\ &= -z \sin \alpha d\beta. \end{aligned} \quad (5)$$

Aus der dritten Gleichung erhält man durch Differenzierung

$$dz = k \cos \beta d\beta.$$

Da $k \cos \beta = r \sin \alpha$, erhält man durch Einsetzen

$$dz = r \sin \alpha d\beta. \quad (6)$$

Zu beachten ist, dass in allen Formeln die Winkel in Bogenmass angegeben sind, so dass z.B. $d\beta$ ungefähr $= \text{tang } d\beta$ ist.

Wenn $\alpha = 90^\circ$, verändern sich die Formeln 4–6 folgendermassen:

$$d\alpha = 0. \quad (7)$$

$$dr = -z d\beta. \quad (8)$$

$$dz = r d\beta. \quad (9)$$

Die Verschiebung des Punktes B in senkrechter Richtung zur Ebene BCD wird so bestimmt, dass $d\alpha$ mit r multipliziert wird. Wenn diese Verschiebung, die den im Durchmesser entstehenden Fehler unter der Voraussetzung, dass der Stamm zylindrisch ist, angibt, mit dD bezeichnet wird, so ist

$$dD = -z \cos \alpha d\beta. \quad (10)$$

Wenn $\alpha 90^\circ$ beträgt, verändert sich Gleichung 10 folgendermassen:

$$dD = 0. \quad (11)$$

Wir sehen also, dass im Durchmesser bei zylindrischen Stämmen kein Fehler entsteht, wenn $\alpha = 90^\circ$ und dass der Fehler sonst um so kleiner ist, je kleiner z und $\cos \alpha$ sind. Da man die Visierung immer so ausführen kann, dass $\cos \alpha$ sehr klein ist, lässt sich dieser Fehler stark reduzieren. Dies zeigt also, dass die kleinen Spiegel nicht unbedingt genau senkrecht zu sein brauchen, wenn die Stämme zylindrisch sind. Die Verschiebung des Punktes B in senkrechter Richtung geht aus den Gleichungen 6 und 9 hervor. Bei zylindrischen Stämmen entsteht dabei kein Fehler im Durchmesser, sondern nur bei sich verschmälernden Stämmen. Hinsichtlich solcher Stämme darf die Verschiebung nicht sehr gross sein.

Aus den Gleichungen erhält man die Fehler, die entstehen, wenn der Winkel zwischen dem einen kleinen Spiegel, der etwas geneigt ist, und der Senkrechten $\frac{1}{2} d\beta$ ist, da der reflektierte Strahl um das Doppelte aus seiner Richtung abweicht. Die Visierlinie ist in diesem Falle auf die wirkliche horizontale Ebene projiziert, die senkrecht zum zweiten senkrechten Spiegel steht.

Wenn beide kleine Spiegel geneigt sind, lassen sich die Fehler für jeden Spiegel gesondert aus 10 oder 11 und 6 oder 9 berechnen, wobei die Differenzen zwischen den Fehlern die wirklichen Fehler angeben. Die Visierlinien sind in diesem Falle auf die wirkliche horizontale Ebene zu projizieren und die Differenz der mit α bezeichneten Winkel ist die gleiche wie der im horizontalen Plane gemessene Winkel zwischen den Spiegeln, da die beiden Endpunkte des zu messenden Diameters sich zu decken scheinen.

Wenn der grössere Spiegel mit der Senkrechten einen Winkel bildet, weicht der von ihm reflektierte, von dem einen Endpunkt des Durchmesser kommende Strahl ungefähr doppelt soviel von der richtigen Lage ab, behält aber nahezu die frühere Länge bei. Dieses Abweichen bewirkt, dass der horizontale Abstand des Durchmesserbildes, das in dem grossen Spiegel entsteht, von den kleinen Spiegeln fehlerhaft wird. Wenn der Winkel zwischen dem grossen Spiegel und der Senkrechten $\frac{1}{2} d\beta$ ist, erhält man die Grösse des Fehlers aus den Gleichungen 5 oder 8, die auch für diesen Fall passen. Mit Hilfe dieses Fehlers lässt sich dann der im Durchmesser entstehende Fehler berechnen.

Die Drehung der kleinen Spiegel um die senkrechte Achse wirkt nur auf die Grösse des oben erwähnten Faktors ein, und die Drehung des grossen Spiegels um die senkrechte Achse verursacht keinen Fehler.

Da die kleinen Spiegel in verschiedenen Ebenen sich befinden und die

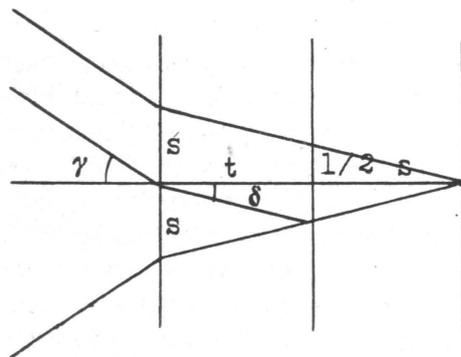


Abb. 5.

auf dem inneren Spiegel auffallenden und in ihm reflektierten Strahlen zweimal durch den oberen Teil des äusseren Spiegels verlaufen, der nicht versilbert ist, tritt eine Parallelverschiebung der in dem inneren Spiegel reflektierten Strahlen im Verhältnis zu den im oberen Spiegel reflektierten Strahlen ein, die in senkrechter Richtung einige Millimeter beträgt, in horizontaler Richtung

aber um so kleiner ist, je kleiner $\cos \alpha$ ist, und darum keine praktische Bedeutung hat.

Die Parallelverschiebung der Strahlen lässt sich folgendermassen berechnen. Wenn der Einfallswinkel mit γ , der Reflexionswinkel mit δ und das Brechungsverhältnis des Lichtes mit n bezeichnet wird, so ist (Abb. 5)

$$\sin \gamma : \sin \delta = n$$

und

$$\sin \delta = \frac{\sin \gamma}{n}$$

Wenn die Verschiebung des Lichtstrahles parallel zur Spiegelfläche mit s , die Dicke des Spiegels mit t bezeichnet wird, so ist

$$\frac{1}{2} s = t \tan \delta$$

und

$$s = 2t \tan \delta.$$

$$\text{Da } \tan \delta = \frac{\sin \delta}{\sqrt{1 - \sin^2 \delta}} = \frac{\frac{\sin \gamma}{n}}{\sqrt{1 - \frac{\sin^2 \gamma}{n^2}}} = \frac{\sin \gamma}{\sqrt{n^2 - \sin^2 \gamma}}, \text{ ist}$$

$$s = \frac{2t \sin \gamma}{\sqrt{n^2 - \sin^2 \gamma}}.$$

Diese Gleichung gibt dann die Verschiebung des im inneren Spiegel reflektierten Lichtstrahles gegenüber dem im äusseren Spiegel reflektierten unter der Voraussetzung an, dass die Spiegel sich mit ihren Flächen decken, was ja auch ungefähr der Fall ist.

Wenn es sich nur um die senkrechte Verschiebung handelt, ist $\tan \gamma = \frac{z}{r}$ und

$$\sin \gamma = \frac{\tan \gamma}{\sqrt{1 + \tan^2 \gamma}} = \frac{\frac{z}{r}}{\sqrt{1 + \frac{z^2}{r^2}}} = \frac{z}{\sqrt{r^2 + z^2}}.$$

Wenn dieser Wert für $\sin \gamma$ eingesetzt und für die senkrechte Verschiebung s Zeichen s_1 verwendet wird, ist,

$$s_1 = \frac{2t \frac{z}{\sqrt{r^2 + z^2}}}{\sqrt{n^2 - \frac{z^2}{r^2 + z^2}}}$$

oder

$$s_1 = \frac{2tz}{\sqrt{n^2 r^2 + (n^2 - 1) z^2}}. \quad (12)$$

Wenn es sich nur um die horizontale Verschiebung handelt, ist $\gamma = 90^\circ - \alpha$ und

$$\sin \gamma = \cos \alpha.$$

Setzt man diesen Wert für $\sin \gamma$ ein, und verwendet man für die horizontale Verschiebung das Zeichen s_2 , so ist.

$$s_2 = \frac{2t \cos \alpha}{n^2 - \cos^2 \alpha} \quad (13)$$

Wenn z.B. der Winkel zwischen dem einen kleinen Spiegel und der Senkrechten $1'$ oder demnach $d\beta = 2'$, $\alpha = 89^\circ$, $r = 10$ m und $z = 7$ m ist, so beträgt die Verschiebung des einen Endpunktes des Durchmessers in horizontaler Richtung zur Seite nach Formel 10

$$-7,000 \cos 89^\circ \tan 2' = -0.071 \text{ mm.}$$

Wenn der Winkel zwischen dem andern kleinen Spiegel und der Geraden ebenfalls $1'$ und demnach $d\beta = 2'$, r und z den gleichen Wert haben wie vorher und der Winkel zwischen den beiden Spiegeln im horizontalen Plan $26'$ ist, wobei $\alpha = 88^\circ 34'$ ist, so beträgt die Verschiebung des zweiten Endpunktes des Durchmessers in horizontaler Richtung zur Seite nach Formel 10

$$-7,000 \cos 88^\circ 34' \tan 2' = -0.102 \text{ mm.}$$

Der endgültige Fehler in horizontaler Richtung zur Seite ist also 0.031 mm.

Die Verschiebung des gleichen Endpunktes in senkrechter Richtung ist in dem ersten Spiegel nach Formel 6

$$10,000 \sin 89^\circ \tan 2' = 5.817 \text{ mm,}$$

in dem letzteren Spiegel ebenfalls nach Formel 6

$$10,000 \sin 88^\circ 34' \tan 2' = 5.816 \text{ mm.}$$

Der endgültige Fehler in senkrechter Richtung beträgt also 0.001 mm.

Wenn der Winkel zwischen dem grösseren Spiegel und der Senkrechten ebenfalls $1'$ und demnach $d\beta = 2'$, $\alpha = 89^\circ$, $r = 10$ m und $z = 7$ m beträgt, so ist der in horizontaler Entfernung entstehende Fehler nach Formel 5

$$-7,000 \sin 89^\circ \tan 2' = -4.072 \text{ mm.}$$

Wenn der Faktor des Apparates 0.015 beträgt, ist der im Durchmesser entstehende Fehler

$$-4.072 \cdot 0.015 = -0.061 \text{ mm.}$$

Wenn die Dicke der kleinen Spiegel 3 mm und das Brechungsverhältnis des Lichtes 1.5 sowie $\alpha = 89^\circ$, $r = 10$ m und $z = 7$ m beträgt, ist die Parallelverschiebung der in dem inneren und in dem äusseren Spiegel reflektierten Strahlen im Verhältnis zueinander in senkrechter Richtung nach Formel 12 annähernd

$$\frac{2 \cdot 3 \cdot 7,000}{\sqrt{1.5^2 \cdot 10,000^2 + (1.5^2 - 1) 7,000^2}} = 2.482 \text{ mm}$$

und in horizontaler Richtung nach Formel 13 annähernd

$$\frac{2 \cdot 3 \cos 89^\circ}{\sqrt{1.5^2 - \cos^2 89^\circ}} = 0.070 \text{ mm.}$$

Die Bestimmung der Formklasse mit Hilfe eines Dendrometers.

Wenn man mit Hilfe eines Dendrometers die Formklasse eines Baum-

stammes bestimmen will, muss man zunächst mit diesem den Durchmesser des Stammes in einer bestimmten Höhe festlegen. Bei Verwendung von JONSONS Formklassen wird dieser Durchmesser gewöhnlich in der Mitte des über der Brusthöhe befindlichen Stammteiles bestimmt, wobei das Verhältnis zwischen diesem Durchmesser und dem Brusthöhendurchmesser die Formklasse angibt. Da sich für den ersteren auch eine andere Höhe wählen lässt, muss man nachprüfen, wie der Abstand des Messpunktes von der Brusthöhengrundfläche den bei der Formklasse auftretenden Fehler beeinflusst. Dabei lassen sich die Durchmesserhältnisse zu Grunde legen, die JONSON für in abgerundeten Zehnern ausgedrückte prozentuale Messungshöhen und die Formklassen $0.50, 0.55, 0.60, 0.65, 0.70, 0.75$ und 0.80 unter Verwendung der Formel $\frac{d}{D} = C_1 \log \frac{c_1 + l - 2.5}{c_1}$ berechnet hat¹ Wenn bei jeder Formklasse für das Durchmesserverhältnis das Zeichen a und für die Differenz der Durchmesserhältnisse, welche der nächst höheren und niedrigeren Formklasse entsprechen, das Zeichen b verwendet wird, ist das letztere in Prozenten des ersteren $\frac{100 b}{a}$. Wenn man damit die Differenz der nächst höheren und niedrigeren Formklasse dividiert, die 10 Formeinheiten (Hundertstel des Formquotienten) beträgt, erhält man den in der Formklasse entstehenden Fehler, der einem Fehler von 1 % im Durchmesserverhältnis und demnach auch im Durchmesser entspricht. Dieser Fehler ist $\frac{10 a}{100 b} = \frac{a}{10 b}$. Mit Hilfe dieser Formel sind die in Tab. 1 angegebenen Fehler berechnet worden.

Tab. 1. Der einem Fehler von 1 % im Durchmesser bei der Kiefer entsprechende Fehler in der Formklasse, ausgedrückt in Formeinheiten oder Hundertsteln des Formverhältnisses. — *T a u l u k k o 1. Lämpitassa männyllä esiintyvää yhden prosentoin virhettä vastava muotoluokassa syntynvä virhe, lausuttuna muotoyksiköissä eli muotosuhteen sadasosissa.*

Form- klasse Muoto- luokka	Höhe, in % des über der Brusthöhe befindlichen Stammteiles Korkeus, % rinnankorkeuden yläpuolella olevan rungon osan pituudesta								
	10	20	30	40	50	60	70	80	90
0.55	3.0	1.46	0.95	0.70	0.55	0.45	0.39	0.36	0.52
0.60	3.9	1.8	1.14	0.81	0.60	0.46	0.36	0.29	0.23
0.65	4.4	2.0	1.29	0.89	0.65	0.49	0.37	0.28	0.20
0.70	5.0	2.4	1.43	0.97	0.70	0.51	0.38	0.27	0.19
0.75	5.3	2.6	1.6	1.07	0.75	0.51	0.39	0.27	0.16

¹ JONSON T.: Svenska Skogsvårdsföreningens Tidskrift 1928, S. 453.

Aus der Tabelle ersehen wir, dass die Fehler um so kleiner sind, je grösser der Abstand des Messpunktes von der Brusthöhenrundfläche ist. Doch sollte dieser wegen der Verschiedenheit der Stammkurve bei der Kiefer gegenüber der Fichte sowie wegen der Unregelmässigkeit des Stammes nicht höher als 50 %, in Ausnahmefällen höchstens 60 % der Höhe betragen.

• Wenn die Höhe des Durchmessers falsch bestimmt ist, entsteht dadurch auch ein Fehler im Durchmesser. Wenn das zu bestimmende Durchmesser-Verhältnis a und die Durchmesser-Verhältnisse 10 % tiefer und höher b und c sind, beträgt der einem Fehler von 1 % in der Höhe entsprechende Fehler im Durchmesser-Verhältnis $\frac{b-c}{20}$ oder in Prozenten des zu bestimmenden Durchmesser-Verhältnisses $\frac{100(b-c)}{20a} = \frac{5(b-c)}{a}$, ein Wert, der gleichzeitig auch den prozentualen Fehler im Durchmesser angibt. Mit Hilfe dieser Formel sind die in Tab. 2 angegebenen Fehler berechnet worden.

Tab. 2. Der einem Fehler von 1 % in der Durchmesserhöhe entsprechende Fehler im Durchmesser, ausgedrückt in Prozenten des zu messenden Durchmessers. — *T a u l u k k o 2. Lämpimitan korkeudessa esiintyvää yhden prosentin virhettä vastaava läpimitassa syntyvä virhe, lausuttuna prosenteissa mitattavasta läpimitasta.*

Form- klasse Muoto- luokka	Höhe, in % der Länge des über der Brusthöhe befindlichen Stammteiles Korkeus, % rinnankorkeuden yläpuolella olevan rungonosan pituudesta								
	10	20	30	40	50	60	70	80	90
0.55	0.92	1.05	1.23	1.49	1.8	2.4	3.5	5.4	11.3
0.60	0.76	0.89	1.05	1.28	1.6	2.1	3.1	5.1	11.0
0.65	0.64	0.74	0.89	1.10	1.39	1.9	2.7	4.7	10.4
0.70	0.53	0.62	0.74	0.91	1.17	1.6	2.4	4.2	9.6
0.75	0.43	0.50	0.59	0.74	0.95	1.29	2.0	3.6	8.8

Wenn wir die in Tab. 2 angegebenen Zahlen mit denjenigen in Tab. 1 multiplizieren, erhalten wir den einem Fehler von 1 % in der Durchmesserhöhe entsprechenden Fehler in der Formklasse, ausgedrückt in Formeinheiten oder Hundertsteln des Formverhältnisses. Diese Fehler sind in Tab. 3 angegeben.

Tab. 3. Der einem Fehler von 1 % in der Durchmesserhöhe entsprechende Fehler in der Formklasse, ausgedrückt in Formeinheiten oder Hundertsteln des Formverhältnisses. — *T a u l u k k o 3. Lämpimitan korkeudessa esiintyvää yhden prosentin virhettä vastaava muotoluokassa syntyvä virhe, lausuttuna muotoyksiköissä eli muotosuhteen sadasosissa.*

Form- klasse Muoto- luokka	Höhe, in % der Länge des Stammteiles über der Brusthöhe Korkeus, % rinnankorkeuden yläpuolella olevan rungonosan pituudesta								
	10	20	30	40	50	60	70	80	90
0.55	2.8	1.5	1.17	1.04	0.99	1.08	1.37	1.9	5.9
0.60	3.0	1.6	1.20	1.04	0.96	0.97	1.12	1.48	2.5
0.65	2.8	1.48	1.15	0.98	0.90	0.93	1.00	1.32	2.1
0.70	2.7	1.49	1.06	0.88	0.82	0.82	0.91	1.13	1.8
0.75	2.3	1.30	0.94	0.79	0.71	0.70	0.78	0.97	1.41

Wir sehen, dass auch diese Fehler mit der Zunahme der Messungshöhe bis zu etwa 50 % Messungshöhe abnehmen, dann aber wieder wachsen. Auch in bezug auf diese Fehler sollte der Abstand des Messpunktes von der Brusthöhenrundfläche nicht mehr als ca. 50 %, in Ausnahmefällen 60 % betragen.

Im vorigen haben wir nur die Einwirkung der im Durchmesser und seiner prozentualen Höhe auftretenden Messungsfehler auf die Formklasse beachtet. Bei der Bestimmung der Formklasse entstehen jedoch auch Fehler infolge der Unregelmässigkeit der Stammform und vor allem infolge des Wurzelanlaufs. Der durch den letzteren bedingte Fehler lässt sich mit Hilfe des folgenden Verfahrens fast ganz vermeiden. Wir denken uns den Stamm in zwei Teile zerlegt, von denen der untere die Länge $2\left(1.3 - \frac{l}{100}\right)$ hat, wo l die Höhe des Stammes und $\frac{l}{100}$ den auf den Stock entfallenden Teil bedeutet. Der Brusthöhendurchmesser liegt also in der Mitte dieses unteren Stammteiles. Der obere Durchmesser wird dabei in der »Idealmessungshöhe« des oberen Teiles gemessen, die in den verschiedenen Formklassen nach JONSON¹ folgende Werte hat:

Formklasse	0.55	0.60	0.65	0.70	0.75
Idealmessungshöhe	26 à 27	31	33 à 34	37	41

Die erwähnten prozentualen Höhenwerte sind dabei von der Länge des oberen Teiles berechnet.

¹ JONSON, T.: a.a.O., S. 455.

Wenn der Durchmesser in der Idealmessungshöhe des oberen Teiles gemessen wird, hat man den Vorteil, dass der Kubikinhalt in bestimmten Grenzen fast unabhängig vom Wurzelanlauf bleibt. Den Kubikinhalt des unteren Stammteiles bestimmt nämlich der in der Mitte desselben gelegene Brusthöhendurchmesser unabhängig von der Formklasse, denjenigen des oberen Teiles der in der Idealmessungshöhe gemessene Durchmesser unabhängig davon, dass die wirkliche Stammkurve von der theoretischen Stammkurve, die der auf Grund des Durchmesserhältnisses bestimmten Formklasse entspricht, abweicht (Abb. 6).

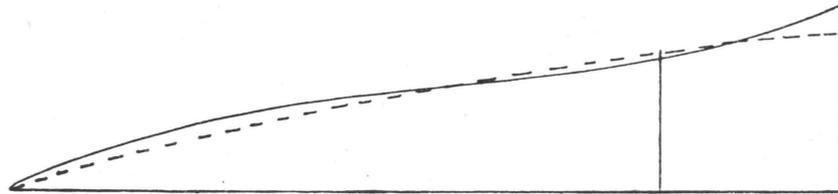


Abb. 6.

Wir haben unseren Berechnungen nicht die obenerwähnten von JONSON angegebenen Idealmessungshöhen zu Grunde gelegt, sondern diese zuerst korrigiert. Zu diesem Zwecke wurden für die Idealmessungshöhen bei JONSON die Durchmesser in Prozenten des Grundflächendurchmessers und die diesen entsprechenden Formzahlen in der nächst höheren und niedrigeren Formklasse ermittelt. Der Durchmesser d wurde aus der Formel

$$d = 100 C_1 \log \frac{c_1 + l - 2.5}{c_1}$$

sowie die Formzahl aus der Formel

$$\text{Formzahl} = \frac{\text{absolute Formzahl} \cdot 100^2}{d^2}$$

bestimmt. Die Differenzen der erhaltenen Formzahlen sowie der Formzahlen in der nächst höheren und niedrigeren Formklasse, welche der nächst niedrigeren bzw. höheren in abgerundeten Zehnern ausgedrückten prozentualen Höhe entsprechen, wurden graphisch auf Millimeterpapier dargestellt und aus der Kurve, die durch Verbindung der ihnen entsprechenden Punkte entstand, die Höhe bestimmt, in welcher die oben genannte Differenz 0 wird, die also die Idealmessungshöhe ist. Auf diese Weise wurden für die Idealmessungshöhen folgende genaueren Werte erhalten:

Idealmessungshöhe, % 26.5 30.7 33.9 37.0 41.2

Da sich im vorigen die Formklasse und die Idealmessungshöhe nur auf den Zopfteil des Stammes beziehen, müssen sie auf den über der Brusthöhe gelegenen Stammteil umgerechnet werden. Wenn wir die Höhe des Baumes mit l bezeichnen und für die Stockhöhe 1 % rechnen, beträgt die Länge des Stammteiles unterhalb der Brusthöhe $1.3 - \frac{l}{100}$, die des Stammteiles oberhalb derselben $l - (1.3 - \frac{l}{100})$ und die Länge des Zopfteiles $l - 2(1.3 - \frac{l}{100})$. Dann ist die Länge des Stammteiles oberhalb der Brusthöhe ausgedrückt in Prozenten der Länge des Zopfteiles

$$\frac{100 \left[l - (1.3 - \frac{l}{100}) \right]}{l - 2 \left(1.3 - \frac{l}{100} \right)}$$

Wenn wir dafür das Zeichen p_1 und für die Höhe des Idealdurchmessers in Prozenten der Länge des Zopfteiles das Zeichen p_2 verwenden, ist die Höhe des Idealdurchmessers in Prozenten des Stammteiles oberhalb der Brusthöhe

$$\frac{100 [p_2 + (p_1 - 100)]}{p_1}$$

Wenn wir den Formquotienten des Stammteiles oberhalb der Brusthöhe bestimmen wollen, berechnen wir den Durchmesser in der Mitte desselben und den Durchmesser der Grundfläche mit Hilfe der Formel $d = 100 C_1 \log \frac{c_1 + l - 2.5}{c_1}$, wo C_1 und c_1 die der Formklasse des Zopfteiles entsprechenden Konstanten und l die Prozente von der Länge des Zopfteiles bedeutet. Wenn wir für l in dieser Formel $\frac{1}{2} p_1$ und p_1 einsetzen, erhalten wir die oben erwähnten Durchmesser. Da ihr Verhältnis das gleiche ist wie der Formquotient des Stammteiles oberhalb der Brusthöhe, erhalten wir dafür den Wert

$$\frac{100 C_1 \log \frac{c_1 + \frac{1}{2} p_1 - 2.5}{c_1}}{100 C_1 \log \frac{c_1 + p_1 - 2.5}{c_1}} = \frac{\log \left(c_1 + \frac{1}{2} p_1 - 2.5 \right) - \log c_1}{\log (C_1 + p_1 - 2.5) - \log c_1}$$

Die Ergebnisse der Berechnungen sind in Tab. 4 dargestellt.

T a b. 4. Höhe des Idealdurchmessers, ausgedrückt in Prozenten der Länge des Stammteiles oberhalb der Brusthöhe. — *T a u l u k k o 4. Ihanneläpimitan korkeus, lausuttuna prosenteissa rinnankorkeuden yläpuolella olevan rungonosan pituudesta.*

Höhe des Baumes, m <i>Puun korkeus, m</i>	Länge des Stammteiles oberhalb der Brusthöhe, in Prozenten der Länge des Zopftheiles <i>Rinnankorkeuden yläpuolella olevan osan pituus, prosenteissa latvaosan pituudesta</i>	Formquotient (a) und Höhe des Idealdurchmessers (b), in % der Länge des Stammteiles oberhalb der Brusthöhe <i>Muotosuhde (a) ja ihanneläpimitan korkeus (b), % rinnankorkeuden yläpuolella olevan rungonosan pituudesta</i>											
		a		b		a		b		a		b	
		a	b	a	b	a	b	a	b	a	b		
5	150.0	0.577	51.0	0.634	53.8	0.685	55.9	0.733	58.0	0.777	60.8		
10	115.8	0.559	36.5	0.612	40.2	0.663	42.9	0.712	45.6	0.760	49.2		
15	109.1	0.556	32.6	0.608	36.5	0.658	39.4	0.708	42.3	0.757	46.1		
20	106.2	0.554	30.8	0.605	34.7	0.655	37.8	0.705	40.7	0.754	44.6		
25	104.6	0.553	29.7	0.604	33.7	0.654	36.8	0.704	39.8	0.753	43.8		

Die Zahlen in der obigen Tabelle wurden dann auf Millimeterpapier graphisch dargestellt (Abb. 7), indem der Formquotient die Abszisse und die Höhe des Idealdurchmessers die Ordinate bildete, wobei sich ergab, dass die der gleichen Stammhöhe entsprechenden Punkte eine Kurve mit einem Inflexionspunkt bildeten. Die aus dieser Figur abgelesenen Zahlen sind in Tab. 5 angegeben.

T a b. 5. Höhe des Idealdurchmessers, ausgedrückt in Prozenten der Länge des Stammteiles oberhalb der Brusthöhe. — *T a u l u k k o 5. Ihanneläpimitan korkeus, lausuttuna prosenteissa rinnankorkeuden yläpuolella olevan rungonosan pituudesta.*

Höhe d. Baumes, m <i>Puun korkeus, m</i>	Formklasse — <i>Muotoluokka</i>								
	0.55	0.575	0.60	0.625	0.65	0.675	0.70	0.725	0.75
5	49.5	50.9	52.2	53.4	54.5	55.6	56.5	57.6	59.0
10	35.8	37.7	39.4	40.9	42.2	43.5	44.9	46.6	48.4
15	32.1	34.2	36.0	37.6	39.0	40.3	41.8	43.6	45.5
20	30.5	32.5	34.3	36.0	37.5	38.9	40.4	42.2	44.3
25	29.5	31.6	33.4	35.1	36.6	37.9	39.5	41.3	43.5

Die so erhaltenen Werte wurden dann wieder graphisch dargestellt (Abb. 8), indem die Länge des Baumes die Abszisse, die Höhe des Idealdurchmessers die Ordinate bildete. Auf diese Weise wurde für jede Form-

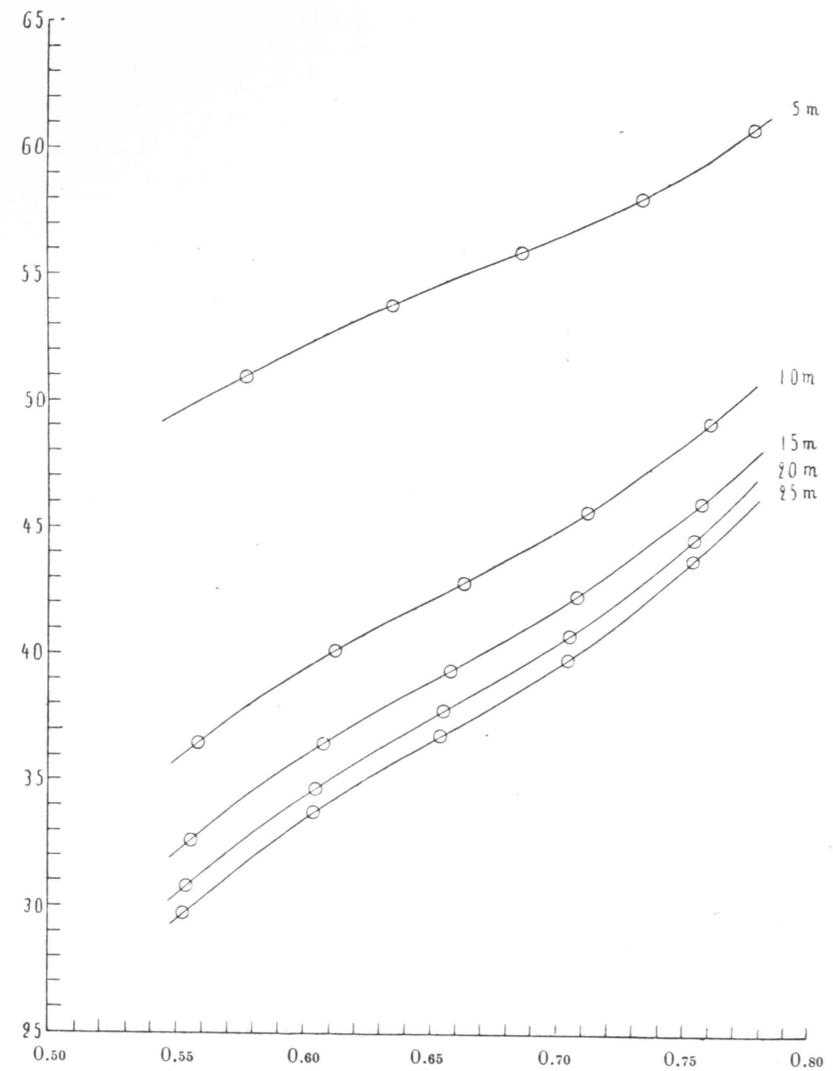


Abb. 7.

klasse eine Kurve erhalten. Aus dieser Figur wurden dann die Zahlen für die Höhe des Idealdurchmessers abgelesen, die in Tab. 6, auf ganze Prozente abgerundet, angegeben sind.

Wenn der obere Durchmesser in der Idealmessungshöhe gemessen werden soll, müssen wir die Formklasse und die Höhe des Baumes kennen. Zunächst wird zu diesem Zweck auf Grund der Erfahrungszahlen die Formklasse

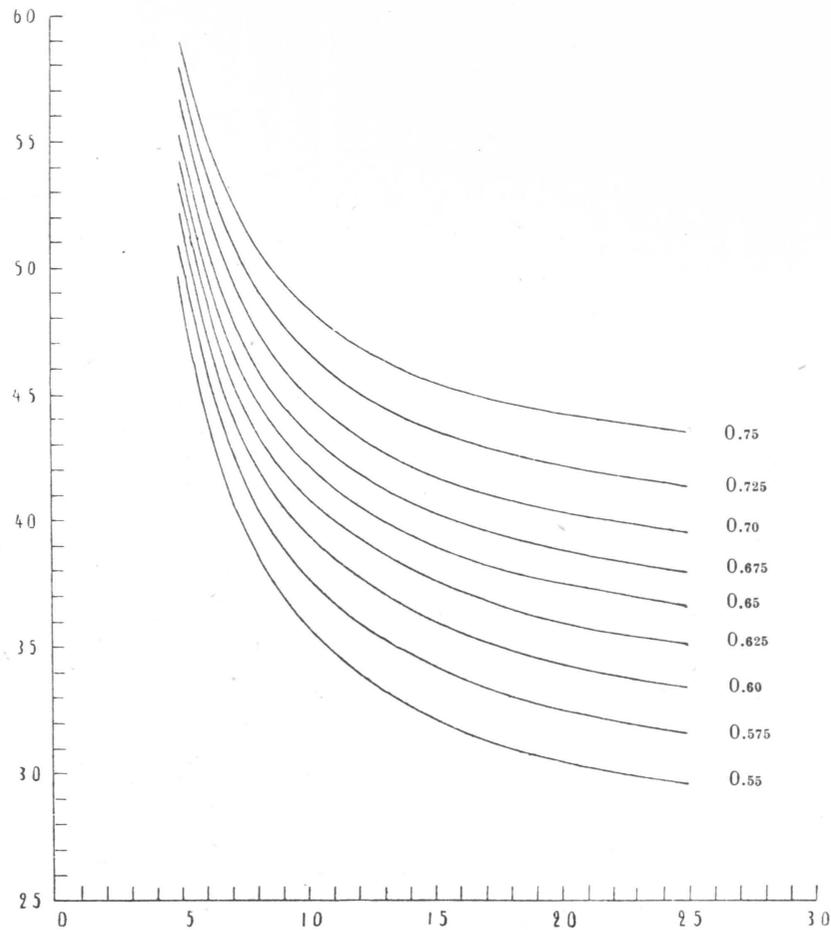


Abb. 8.

für den Bestand geschätzt, in dem die Bestimmungen der Formklasse vorgenommen werden sollen, und diese dann für alle Bäume verwendet. Das Resultat wird dadurch nicht wesentlich verändert, dass bei einigen Bäumen die Formklasse über, bei anderen unter dem Durchschnitt liegt, da die Fehler einander aufheben. Die Höhe wird bei jedem Baume einzeln gemessen. Auf Grund der Formklasse des Bestandes und der Höhe des Baumes wird dann aus der Tabelle die Idealmessungshöhe erhalten. In dieser Höhe wird der obere Durchmesser gemessen. Wenn dieser durch den Brusthöhendurchmesser dividiert wird, erhält man den Durchmesserquotienten, welcher der in Frage stehenden Messungshöhe entspricht.

Um die Formklasse mit Hilfe des für eine gewisse Höhe bestimmten Durchmesserverhältnisses bestimmen zu können, wurden die Durchmesserverhältnisse, die JONSON für die in abgerundeten Zehnern angegebenen Höhen in den einzelnen Formklassen bestimmt hat, graphisch dargestellt und für die erwähnten Höhen zunächst die Kurven gezeichnet, aus denen die Durchmesserverhältnisse der Formklassen 0.575, 0.625, 0.675 und 0.725 abgelesen wurden. Dann wurden die Durchmesserverhältnisse aller Formklassen wieder graphisch dargestellt und für die einzelnen Formklassen die Kurven gezeichnet, aus denen die Durchmesserverhältnisse erhalten wurden, die in Tab. 7 dargestellt sind.

Tab. 6. Höhe des Idealdurchmessers, ausgedrückt in Prozenten der Länge des Stammteiles oberhalb der Brusthöhe, auf ganze Zahlen abgerundet. — *Taulukko 6. Ihanne-läpimitan korkeus, lausuttuna prosentteissa rinnankorkeuden yläpuolella olevan rungonosan pituudesta, kokonaisiksi luvuiksi tasoitettuna.*

Höhe d. Baumes, m Puun korkeus, m	Formklasse — Muotoluokka								
	0.55	0.575	0.60	0.625	0.65	0.675	0.70	0.725	0.75
5	50	51	52	53	55	56	57	58	59
6	45	46	48	49	50	51	53	54	56
7	41	43	45	46	47	48	50	51	53
8	39	41	42	44	45	46	48	49	51
9	37	39	41	42	43	45	46	48	50
10	36	38	39	41	42	44	45	47	48
11	35	37	39	40	41	43	44	46	48
12	34	36	38	39	41	42	43	45	47
13	33	35	37	39	40	41	43	45	46
14	33	35	37	38	40	41	42	44	46
15	32	34	36	38	39	40	42	44	46
16	32	34	36	37	39	40	42	43	45
17	31	33	35	37	38	40	41	43	45
18	31	33	35	36	38	39	41	43	45
19	31	33	35	36	38	39	41	42	44
20	31	33	34	36	38	39	40	42	44
21	30	32	34	36	37	39	40	42	44
22	30	32	34	36	37	38	40	42	44
23	30	32	34	35	37	38	40	42	44
24	30	32	34	35	37	38	40	41	44
25	30	32	33	35	37	38	40	41	44

Tab. 7. Die Durchmesser, in Prozenten des Brusthöhdurchmessers. — *Taulukko 7. Lämpimat, prosentteissa rinnankorkeuslämpimistä.*

Höhe, % Korkeus, %	Formklasse — <i>Muotoluokka</i>										
	0.50	0.55	0.575	0.60	0.625	0.65	0.675	0.70	0.725	0.75	0.80
60	40.0	44.6	47.2	49.9	52.6	55.4	58.2	61.2	64.1	67.3	73.6
59	41.0	45.7	48.3	51.0	53.6	56.4	59.2	62.1	65.0	68.1	74.3
58	42.0	46.8	49.4	52.0	54.6	57.4	60.2	63.0	65.9	68.9	75.0
57	43.0	47.9	50.4	53.0	55.6	58.4	61.2	63.9	66.8	69.7	75.7
56	44.0	49.0	51.4	54.0	56.6	59.4	62.1	64.8	67.6	70.4	76.4
55	45.0	50.0	52.5	55.0	57.6	60.4	63.0	65.7	68.4	71.3	77.0
54	46.0	51.0	53.5	56.0	58.6	61.3	63.9	66.6	69.3	72.1	77.6
53	47.0	52.0	54.5	57.0	59.6	62.3	64.8	67.5	70.1	72.8	78.2
52	48.0	53.0	55.5	58.0	60.6	63.2	65.7	68.4	70.9	73.6	78.8
51	49.0	54.0	56.5	59.0	61.6	64.1	66.6	69.2	71.7	74.3	79.4
50	50.0	55.0	57.5	60.0	62.5	65.0	67.5	70.0	72.5	75.0	80.0
49	51.0	56.0	58.5	61.0	63.4	65.9	68.4	70.8	73.2	75.7	80.6
48	52.0	57.0	59.5	61.9	64.4	66.8	69.2	71.7	74.0	76.4	81.2
47	53.0	58.0	60.5	62.9	65.3	67.7	70.0	72.5	74.7	77.1	81.7
46	54.0	59.0	61.5	63.8	66.2	68.5	70.8	73.3	75.4	77.8	82.2
45	55.0	60.0	62.4	64.7	67.1	69.4	71.6	74.0	76.1	78.4	82.8
44	56.0	61.0	63.4	65.6	68.0	70.2	72.4	74.8	76.8	79.1	83.3
43	57.0	62.0	64.3	66.5	68.8	71.0	73.2	75.5	77.5	79.7	83.8
42	58.0	63.0	65.3	67.4	69.8	71.9	74.0	76.2	78.2	80.3	84.3
41	59.0	64.0	66.2	68.4	70.5	72.7	74.7	76.9	78.8	80.9	84.7
40	60.0	64.9	67.1	69.3	71.4	73.5	75.5	77.6	79.5	81.5	85.2
39	61.0	65.9	68.0	70.2	72.2	74.3	76.2	78.2	80.1	82.1	85.7
38	62.0	66.8	68.9	71.1	73.0	75.1	77.0	78.9	80.8	82.6	86.2
37	63.0	67.8	69.8	71.9	73.8	75.8	77.7	79.6	81.4	83.2	86.6
36	64.0	68.7	70.7	72.8	74.6	76.6	78.4	80.2	82.0	83.7	87.1
35	65.0	69.6	71.6	73.6	75.4	77.4	79.1	80.9	82.6	84.3	87.5
34	66.0	70.6	72.5	74.5	76.3	78.1	79.8	81.5	83.2	84.8	88.0
33	67.0	71.5	73.4	75.3	77.0	78.9	80.5	82.2	83.7	85.4	88.4
32	68.0	72.4	74.3	76.1	77.8	79.6	81.2	82.8	84.3	85.9	88.8
31	69.0	73.4	75.2	77.0	78.6	80.3	81.9	83.5	84.9	86.5	89.3
30	70.0	74.3	76.1	77.8	79.4	81.1	82.6	84.1	85.5	87.0	89.7

Das Verfahren lässt sich dadurch vereinfachen, dass der obere Durchmesser immer in der der Formklasse 0.65 entsprechenden Idealmessungshöhe gemessen wird. Der Formquotient des Zopftheiles, welcher der erwähnten Formklasse entspricht, ist dann nach Tab. 4 bei 5, 10, 15, 20 und 25 m hohen Bäumen entsprechend 0.615, 0.637, 0.642, 0.645 und 0.646. Wie Fig. 1 bei

JONSON¹ zeigt, sind die der Idealmessungshöhe je einer der erwähnten Formklassen entsprechenden Formzahlen in den nahe beieinander liegenden Formklassen ungefähr gleich gross.

Noch einfacher wird das Verfahren, wenn der obere Durchmesser immer in 40 % Höhe gemessen wird, wobei die betr. Bäume jedoch wenigstens 10 m hoch sein müssen. Die dieser Idealmessungshöhe entsprechenden Formquotienten sind für 10, 15, 20 und 25 m hohe Bäume entsprechend 0.610, 0.669, 0.693 und 0.707. Die den erwähnten Formquotienten entsprechenden Formquotienten des Zopftheiles sind dann nach Tab. 4 entsprechend 0.598, 0.661, 0.688 und 0.703. Wie aus der oben erwähnten Fig. 1. bei Jonson zu ersehen ist, zeigen die der Idealmessungshöhe je einer der erwähnten Formklassen entsprechenden Formzahlen der nahe beieinander liegenden Formklassen nur geringe Unterschiede. In der Praxis dürfte es darum am angebrachtesten sein den oberen Durchmesser immer in 40 % Höhe zu messen.

Bei allen Verfahren lässt sich der Messungspunkt, wenn ein Astring oder sonst ein Hindernis vorliegt, um einige Prozent nach oben oder unten verschieben.

Es sei noch erwähnt, dass sich auch bei Bäumen unter 10 m Höhe der obere Durchmesser ebenfalls in 40 % Höhe messen lässt, da bei so kleinen Bäumen, die hauptsächlich zu den niedrigen Stärkeklassen gehören, der Wurzelanlauf sich im Brusthöhdurchmesser kaum geltend macht und der obere Durchmesser darum nicht in der Idealmessungshöhe bestimmt zu werden braucht. Diese Messungshöhe ist in diesem Fall vorteilhaft, da der Stamm in 40 % Höhe häufiger astrein und regelmässiger als weiter oben ist, während die in Tab. 1 und 3 angegebenen Fehler in 40 % Höhe kaum grösser sind als in 50 % Höhe.

Wenn man den oberen Durchmesser immer in genau 40 % Höhe messen kann, lässt sich die mittlere Formklasse des betr. Bestandes folgendermassen berechnen. Man addiert die Querflächen, die einerseits den oberen Durchmessern und andererseits den Brusthöhdurchmessern entsprechen, und sucht, indem man die erhaltenen Summen als Kreisflächen ansieht, die diesen oder ihren Zehnteln entsprechenden Durchmesser. Der Quotient der Durchmesser gibt dann die mittlere Formklasse des Bestandes an. Bei einem solchen Verfahren beeinflusst jeder Brusthöhdurchmesser die Querflächensumme und den entsprechenden Durchmesser direkt proportional dem Kubikinhalte des Basalteiles und jeder obere Durchmesser ebenso

¹ JONSON, T.: a.a.O., S. 454.

ungefähr direkt proportional dem Kubikinhalte des Zopfsteiles, wenn die Bäume fast gleich hoch und also die Basal- bzw. Zopfsteile fast gleich lang sind.

Will man die Formklasse des Stammes ohne Rinde bestimmen, so muss von den Durchmessern natürlich die doppelte Rindenstärke abgezogen werden. Berechnet man in der oben angegebenen Weise die mittleren Werte der Brusthöhendurchmesser und ebenso der oberen Durchmesser mit Hilfe der ihnen entsprechenden Querflächen, kann man diese Abzüge erst von den mittleren Werten der Durchmesser machen.

Der einem Fehler von 1 % im Durchmesser entsprechende Fehler im Kubikinhalte lässt sich folgendermassen berechnen. Der Stamm wird in zwei Stücken kubiert, von denen das Basalstück doppelt so lang ist als die um die Stockhöhe verminderte Brusthöhe und der mittlere Durchmesser mit dem Brusthöhendurchmesser übereinstimmt. Den Kubikinhalte des Basalstückes erhält man dann mit Hilfe der Huber'schen Formel, während sich der Kubikinhalte des Zopfstückes mit Hilfe der der Idealmessungshöhe entsprechenden Normalformzahl bestimmen lässt. Wenn man für die Länge des Stammes das Zeichen l , für den Brusthöhendurchmesser den Wert 100, für den in der Idealmessungshöhe gemessenen Durchmesser das Zeichen x und für die diesem entsprechende Normalformzahl das Zeichen f sowie für den Kubikinhalte des Stammes das Zeichen v verwendet, ist,

$$v = \frac{\pi}{4} \cdot 100^2 \cdot 2 \left(1.3 - \frac{l}{100}\right) + \frac{\pi}{4} \left[l - 2 \left(1.3 - \frac{l}{100}\right) \right] f x^2.$$

Da die der Idealmessungshöhe entsprechende Normalformzahl nicht vom Durchmesser abhängt, erhält man durch Differenzierung

$$\frac{dv}{dx} = 2 \cdot \frac{\pi}{4} \left[l - 2 \left(1.3 - \frac{l}{100}\right) \right] f x.$$

Der einem Fehler von 1 % im Durchmesser entsprechende Fehler im Kubikinhalte ist dann

$$\frac{x}{100} \cdot \frac{dv}{dx} = \frac{2}{100} \cdot \frac{\pi}{4} \left[l - 2 \left(1.3 - \frac{l}{100}\right) \right] f x^2.$$

Wenn wir für diesen Fehler, in Prozenten ausgedrückt, das Zeichen p verwenden, so ist

$$p = \frac{100 \cdot \frac{x}{100} \cdot \frac{dv}{dx}}{v} = \frac{100 \cdot \frac{2}{100} \cdot \frac{\pi}{4} \left[l - 2 \left(1.3 - \frac{l}{100}\right) \right] f x^2}{\frac{\pi}{4} \cdot 100^2 \cdot 2 \left(1.3 - \frac{l}{100}\right) + \frac{\pi}{4} \left[l - 2 \left(1.3 - \frac{l}{100}\right) \right] f x^2}.$$

Wenn Dividend und Divisor durch den Ausdruck $\frac{\pi}{4} \left[l - 2 \left(1.3 - \frac{l}{100}\right) \right] f x^2$ dividiert werden, erhält man

$$p = \frac{2}{\left(\frac{100}{x}\right)^2 \cdot \frac{2 \left(1.3 - \frac{l}{100}\right)}{l - 2 \left(1.3 - \frac{l}{100}\right)} \cdot \frac{1}{f} + 1} \quad (14)$$

Da als Wert des Brusthöhendurchmessers 100 angenommen wurde, muss x in Prozenten des Brusthöhendurchmessers ausgedrückt sein.

Wenn z.B. die Baumhöhe 20 m und die Formklasse 0.70 beträgt, ist der Formquotient des Zopfsteiles 0.695, da nach Tab. 4 die Differenz der Formquotienten 0.005 ist. Da nach dem früher dargelegten Verfahren für die der Idealmessungshöhe entsprechende normale Formzahl in der Formklasse 0.65 0.719 und in der Formklasse 0.70 0.759 erhalten wird, ergibt sich daraus mit Hilfe geradliniger Interpolation als normale, der Idealdurchmesserhöhe des Zopfstückes entsprechende Formzahl 0.755. Der in der Idealdurchmesserhöhe bestimmte Durchmesser wiederum beträgt $100 \cdot 1.201 \log \frac{16.8 + 59.6 - 2.5}{16.8} = 77.263$. Dann ist

$$p = \frac{2}{\left(\frac{100}{77.263}\right)^2 \cdot \frac{2 \left(1.3 - \frac{20}{100}\right)}{20 - 2 \left(1.3 - \frac{20}{100}\right)} \cdot \frac{1}{0.755} + 1} = \frac{2}{\left(\frac{100}{77.263}\right)^2 \cdot \frac{2.2}{17.8} \cdot \frac{1}{0.755} + 1} = 1.570.$$

Aus der Berechnungsweise des Fehlers lässt sich schon folgern, dass dieser um so kleiner ist, je kürzer der Baum und je schlechter die Formklasse ist.

Der einem Fehler von 1 % in der Durchmesserhöhe entsprechende Fehler im Kubikinhalte, ausgedrückt in Prozenten und bei Messung in der Idealmessungshöhe, lässt sich folgendermassen bestimmen. Wir differenzieren zunächst die Gleichung

$$d = D C_1 \log \frac{c_1 + x - 2.5}{c_1},$$

wobei wir erhalten

$$\frac{dd}{dx} = D C_1 \log e \cdot \frac{c_1}{c_1 + x - 2.5} \cdot \frac{1}{c_1} = 0.43429 D \cdot \frac{C_1}{c_1 + x - 2.5}.$$

Wenn für den im Durchmesser entstehenden Fehler, ausgedrückt in Prozenten, p_1 verwendet wird, ist

$$p_1 = \frac{100}{d} \cdot \frac{dd}{dx} = 100 \cdot 0.43429 \cdot \frac{D}{d} \cdot \frac{C_1}{c_1 + x - 2.5}$$

oder, wenn $D = 100$,

$$p_1 = 4342.9 \cdot \frac{1}{d} \cdot \frac{C_1}{c_1 + x - 2.5} \quad (15)$$

Wenn für den einem Fehler von 1 % im Durchmesser entsprechenden Fehler im Kubikinhalte das Zeichen p und für das zu suchende Fehlerprozent das Zeichen p_2 verwendet wird, ist schliesslich

$$p_2 = p_1 \cdot p.$$

Wenn z.B. die Baumhöhe 20 m beträgt und die Formzahl 0.70 ist, so ist der in der Idealmessungshöhe gemessene Durchmesser

$$100 \cdot 1.201 \cdot \log \frac{16.8 + 59.6 - 2.5}{16.8} = 77.263.$$

Dann ist

$$p_1 = 4342.9 \cdot \frac{1}{77.263} \cdot \frac{1.201}{16.8 + 59.6 - 2.5} = 0.9135.$$

Da p nach dem vorhergehenden Beispiel 1.570 ist, so ist

$$p_2 = 0.9135 \cdot 1.570 = 1.434.$$

Auch dieser Fehler ist umso kleiner, je kürzer der Baum ist, um so grösser dagegen im allgemeinen, je schlechter die Formklasse ist.

Die Bestimmung der Formklasse mit Hilfe des obigen Verfahrens setzt voraus, dass der Stamm bis zu dem zu bestimmenden Durchmesser astrein oder dass die Krone so licht ist, dass der Stamm hindurchscheint. Der erstere Fall kommt für Kiefernbestände in Betracht, die bei normaler Entwicklung von dem mittleren Alter an bis zur Messungshöhe astrein sind und deren Krone auch besonders in späterem Alter licht ist. Auch die Fichte kann bei regelmässiger Entwicklung in späterem Alter bis zur Messungshöhe astrein sein, doch ist ihre Krone dicht. Ebenso sind manche Laubbäume bei regelmässiger Entwicklung bis zur Messungshöhe astrein und viele von ihnen haben auch eine lichte Krone. Wir stellen zugleich fest, dass sich dieses Verfahren nicht für alle Bestände eignet. Es lässt sich jedoch neben einer auf Erfahrungszahlen sich gründenden Abschätzung der Formklasse als Kontrollmittel verwenden. Dasselbe Verfahren kann natürlich auch zur Bestimmung der Formklassen gefällter Stämme benutzt werden.

Es sei noch erwähnt, dass sich die obigen Verfahren natürlich auch bei Benutzung anderer Stammkurvenformeln als der von HÖJER-JONSON anwenden lassen. Die letztere wurde hier zu Grunde gelegt, weil die JONSONSchen Massentafeln in Finnland augenblicklich am meisten verwendet werden.

Peilidendrometri ja muotoluokan määrittäminen dendrometrin avulla.

Selostus.

Peilidendrometri (Kuva 1) muodostaa ontto metallinen runko, joka voidaan erityisen ripustuslaitteen avulla pitää kädestä vapaasti riippumassa ja jonka sisään on pystysuoraan asentoon kiinnitetty peili ja sitä vastapäätä vähän alemmaksi samoin pystysuoraan asentoon kaksi päällekkäistä peiliä. Uloimmaisessa peilissä on kuitenkin ainoastaan alapuolisko hopeoitu, joten sisimmäinen peili näkyy sen yläpuoliskon läpi. Nämä peilit ovat lisäksi kiinnitetyt sillä tavalla toistensa päälle, että ne muodostavat keskenään vaakasuorassa tasossa vakinaisen kulman.

Peilien pystysuora asento voidaan tarkistaa punnituskoneen avulla. Sitä varten määrätään ensin punnituskoneen vaakasuoran tähtäysviivan asema punnitustangolla ja katsotaan sitten punnitustangon kuvaa tarkistettavassa peilissä. Jos punnitustangolla saadaan sama lukema, on peili pystysuorassa. Päällekkäisistä peileistä asettuu sisimmäinen pystysuoraan asentoon samalla kuin uloimmainenkin, koska ne ovat toistensa kanssa kiinteässä yhteydessä ja samalla pystysuorassa suunnassa keskenään yhden-suuntaiset.

Peilidendrometriä käytetään puunrunгон ylhäällä olevan läpimitan mittaamiseen. Tähtäysviiva on vino ja muodostaa vaakasuoran suunnan kanssa kulman, jonka tangentti on n. 0.15—1.00. Kojeen annetaan vapaasti riippua sellaisessa asennossa, että puunrunгон mitattavasta läpimitasta tulevat valonsäteet heijastuvat ensin yksinäisessä peilissä ja sitten päällekkäisissä peileissä, jolloin rungosta nähdään kaksi kuvaa, joista toinen on siirtynyt sivullepäin toiseen nähden. Jos siirrytään sopivalle etäisyydelle rungosta, näyttävät sen vastakkaiset sivut eri kuvissa olevan toistensa kohdalla (Kuva 2). Tämä etäisyys mitataan vaakasuorassa suunnassa ja lisätään siihen 5 cm (Kuva 3) sekä lopuksi kerrotaan siten saatu summa kertoimella, joka on jokaiselle kojeelle kokeellisesti määrättävä. Tämä tulo, joka on riippumaton läpimitan korkeus- asemasta, on mitattavan läpimitan suuruinen.

Koska puunrunгон pinnalla on tavallisesti hilseilyttä kuorta ja toisinaan jäkälääkin, on tarpeellista, että molemmat kuvat menevät vastaavan määrän ristiin. Jos läpimita on kokoonsa nähden niin korkealla, ettei sitä saada kojeella tavalliseen tapaan mitatuksi, voidaan kuvan antaa siirtyä kaksi rungon vahvuutta sivullepäin.

Jos vaakasuoran mittausetäisyyden ja mitattavan läpimitan suhde on a , mitattava läpimita d ja kojeen korkeus maasta b sekä tähtäysviivan ja vaakasuoran muodostaman kulman tangentti 0.15—1.00, on pienin mittauskorkeus 0.15 $ad + b$ ja suurin mittauskorkeus $ad + b$ metriä.

Ne virheet, jotka aiheutuvat siitä, että päällekkäiset peilit poikkeavat pystysuorasta suunnasta, voidaan laskea seuraavalla tavalla. Oletetaan, että molemmat peilit ovat

alkujaan pystysuorassa ja että (Kuva 4) pisteen B kautta, joka on mitattavan läpimitan toisen päätepisteen kuva, kulkeva pystysuora taso ABC on kohtisuorassa viivaa AD vastaan, joka on kysymyksessä olevan toisen peilin ja vaakasuoran tason ACD leikkausviiva, sekä että BD on pystysuorassa tasossa BDC oleva tähtäysviiva ja CD sen kohtisuora projektiio vaakasuorassa tasossa ACD . Jos käytetään kulmille CDA ja CAB merkkejä α ja β sekä janoille DC, CB, AB ja AD merkkejä r, z, k ja p , ovat k ja p riippumattomia kulmasta β , mutta muut mainitut suureet ovat siitä riippuvia. Samoin on viivan BD pituus riippumaton kulmasta β . Silloin saadaan yhtälöt 1, 2 ja 3 ja niistä taas differentioimalla ja erinäisiä sijoituksia tekemällä yhtälöt 4, 5 ja 6, jolloin kaikki kulmat on ilmoitettu kaarimitassa. Jos $\alpha = 90^\circ$, muuttuvat kaavat 4—6 kaavoiksi 7, 8 ja 9.

Pisteen B siirtyminen tasoa BCD vastaan kohtisuorassa suunnassa saadaan määrättyksi siten, että da kerrotaan r :llä. Jos tälle siirtymiselle, joka lieriömäisissä puissa osoittaa läpimitassa syntyvää virhettä, käytetään merkkiä dD , niin saadaan kaava 10. Jos $\alpha = 90^\circ$, muuttuu kaava 10 kaavaksi 11. Näemme siis, että läpimitassa ei tasapaksuissa puissa synny virhettä, jos $\alpha = 90^\circ$, ja että virhe muussa tapauksessa on sitä pienempi, mitä pienempiä ovat z ja $\cos \alpha$. Pisteen B siirtyminen pystysuorassa suunnassa saadaan kaavoista 6 ja 9. Tämä siirtyminen ei lieriömäisissä rungoissa aiheuta virhettä läpimitassa, vaan ainoastaan kapenevissa rungoissa.

Kaavoista saadaan ne virheet, jotka syntyvät, jos toisen pienen peilin kallistuttua sen ja pystysuoran välinen kulma on $\frac{1}{2} d\beta$, koska heijastunut säde poikkeaa kaksi kertaa niin paljon oikeasta suunnasta.

Jos molemmat päällekkäiset peilit ovat kallistuneet, voidaan virhe laskea erikseen kummallekin peilille kaavoista 10 tai 11 ja 6 tai 9, jolloin virheiden erotukset osoittavat lopullisia virheitä. Silloin on huomattava, että α :lla merkittyjen kulmain erotus on sama kuin peilien välinen vaakasuorassa tasossa oleva kulma.

Jos edellä mainittu yksinäinen peili tekee pystysuoran suunnan kanssa kulman, niin siitä heijastunut läpimitan päätepiesteestä tuleva säde poikkeaa likimäärin kaksi kertaa niin paljon oikeasta suunnasta säilyttäen samalla likimäärin entisen pituutensa. Tämän johdosta muodostuu läpimitan päätepiesteiden kuvan vaakasuora etäisyys virheelliseksi. Jos yksinäisen peilin ja pystysuoran välinen kulma on $\frac{1}{2} d\beta$, saadaan tämän virheen suuruus kaavoista 5 tai 8. Kuvan vaakasuorassa etäisyydessä syntyvän virheen avulla voidaan sitten laskea läpimitassa syntyvä virhe.

Peilien kiertyminen pystysuoran akselin ympäri ei aiheuta mitään virhettä, vaikkakin päällekkäisten peilien toisistaan riippumaton pystysuoran akselin ympäri kiertyminen muuttaa kojeen kertoimen suuruutta.

Koska päällekkäisiin peileihin kuuluvassa sisimmäisessä peilissä heijastuneet säteet ovat kulkeneet kaksi kertaa ulomman peilin yläosan läpi, joka ei ole hopeoitu, ovat nämä säteet siirtyneet yhdensuuntaisesti itsensä kanssa ulommaisessa peilissä heijastuneisiin säteisiin nähden. Tämän yhdensuuntaissiirtymisen suuruus voidaan laskea seuraavalla tavalla. Jos oletetaan, että peilit ovat yhtä paksuja ja aivan toisissaan kiinni (Kuva 5), ja käytetään valon taitesuhteelle merkkiä n ja peilien paksuudelle merkkiä t sekä muuten samoja merkkejä kuin aikaisemminkin, saadaan valonsäteiden pystysuoralle siirtymiselle s_1 kaava 12 ja vaakasuoralle siirtymiselle s_2 kaava 13.

Seuraavassa esitetään muutamia esimerkkejä virheiden laskemisesta.

Jos päällekkäisiin peileihin kuuluvan toisen peilin ja pystysuoran välinen kulma on $1'$ eli siis $d\beta = 2'$, $\alpha = 89^\circ$, $r = 10$ m ja $z = 7$ m, niin on läpimitan toisen pääte-

pisteen siirtyminen vaakasuorassa suunnassa sivullepäin kaavan 10 mukaan -0.071 mm. Jos lisäksi toisen peilin ja pystysuoran välinen kulma on samoin $1'$ eli siis $d\beta = 2'$, sekä r ja z ovat samat kuin edellä ja päällekkäisten peilien vaakasuorassa tasossa tekemä kulma on $26'$, jolloin α on $88^\circ 34'$, niin on läpimitan toisen päätepiesteiden siirtyminen vaakasuorassa suunnassa sivullepäin kaavan 10 mukaan -0.102 mm. Lopullinen virhe vaakasuorassa suunnassa sivullepäin on siis -0.031 mm.

Saman päätepiesteiden siirtyminen pystysuorassa suunnassa taas on edellisessä peilissä kaavan 6 mukaan 5.817 mm sekä jälkimmäisessä peilissä samoin kaavan 6 mukaan 5.816 mm. Lopullinen virhe pystysuorassa suunnassa on siis 0.001 mm.

Jos yksinäisen peilin ja pystysuoran välinen kulma on samoin $1'$ eli siis $d\beta = 2'$, $\alpha = 89^\circ$, $r = 10$ m ja $z = 7$ m, niin on vaakasuorassa etäisyydessä syntyvä virhe kaavan 5 mukaan -4.072 mm. Jos kojeen kertoimen on 0.015 , on läpimitassa syntyvä virhe -0.061 mm.

Jos päällekkäisten peilien paksuus on 3 mm ja valon taitesuhde 1.5 sekä $\alpha = 89^\circ$, $r = 10$ m ja $z = 7$ m, niin on sisimmäisessä ja ulommaisessa peilissä heijastuneiden säteiden yhdensuuntaissiirtyminen toisiinsa nähden pystysuorassa suunnassa kaavan 12 mukaan 2.482 mm ja vaakasuorassa suunnassa kaavan 13 mukaan 0.070 mm.

Käytettäessä jotakin dendrometriä puunrungon muotoluokan määrittämiseen mitataan sen avulla läpimita joltakin määrättyltä korkeudelta. Tämän johdosta on syytä tarkastaa, millä tavalla muotoluokassa syntyvä virhe riippuu mitattavan läpimitan korkeusasemasta. Silloin voidaan nojautua niihin läpimittasuhteisiin, jotka JONSON¹ on laskenut tasaisissa kymmenluvuisissa lausutuille prosenttisille mittauskorkeuksille eri muotoluokissa käyttämällä kaavaa $\frac{d}{D} = C_1 \frac{c_1 + l - 2.5}{c_1}$. Ensimmäin voidaan laskea, montako prosenttia lähinnä suurempaa ja pienempää muotoluokkaa vastaavain läpimittasuhteiden erotus on kysymyksessä olevaa muotoluokkaa vastaavasta läpimittasuhteesta. Tämän avulla voidaan sitten laskea se muotoluokassa syntyvä virhe, joka vastaa yhden prosentin virhettä läpimittasuhteesta eli siis samalla myös yhden prosentin virhettä läpimitassa. Näin lasketut virheet ovat esitetyt taulukossa 1.

Taulukosta huomaamme, että virheet ovat sitä pienemmät, mitä korkeammalta läpimita mitataan. Männyn ja kuusen runkokäyrän eroavaisuuden sekä rungon epäsuoruuksisuuden vuoksi ei läpimitaa kuitenkaan olisi mitattava ylempää kuin enintään 50% :n korkeudelta, vaikka poikkeustapauksissa voidaan vielä mitata 60% :n korkeudeltakin.

Mitattu läpimita tulee myös virheelliseksi, jos läpimitan korkeusasema on väärin määrätty. Tätäkin virhettä laskettaessa voidaan nojautua edellä mainittuihin JONSONIN laskemiin läpimittasuhteisiin. Käyttämällä apuna 10% ylempiä ja alemmaksi kohdistuvia läpimittasuhteita lasketaan ensin se läpimittasuhteesta syntyvä virhe, joka vastaa korkeusasemassa esiintyvää yhden prosentin virhettä, jonka jälkeen tämä virhe lasketaan prosenteissa kysymyksessä olevasta läpimittasuhteesta. Näin saatu luku osoittaa samalla myös läpimitassa syntyvää prosentteissa lausuttua virhettä. Nämä virheet ovat esitetyt taulukossa 2.

Jos kerromme taulukossa 2 esitetyt luvut taulukossa 1 esitetyillä luvuilla, saadaan läpimitan korkeudessa esiintyvää yhden prosentin virhettä vastaava muotoluokassa

¹ JONSON, T.: Svenska Skogsvårdsföreningens Tidskrift, 1928. S. 453.

syntyvä virhe lausuttuna muotoyksiköissä eli muotosuhteen sadasosissa. Nämä virheet ovat esitetyt taulukossa 3.

Taulukosta huomaamme, että näihin virheisiin nähden ei läpimittaa olisi mitattava ylempää kuin 50 %:n tai poikkeustapauksissa 60 %:n korkeudelta.

Muotoluokkaa määrättäessä aiheutuu virheitä myös rungonmuodon epäsäännöllisyydestä ja varsinkin tyvilaajenemasta. Viimeksimainitun aiheuttama virhe voidaan melkein kokonaan välttää käyttämällä seuraavassa selitettävää menettelytapaa. Runko (Kuva 6) ajatellaan jaetuksi kahteen osaan, joista alemman pituus on kannonkorkeudella vähennetty rinnankorkeus kaksinkertaisena. Rinnankorkeusläpimitta on siis tämän alemman osan keskellä. Ylempi läpimitta mitataan silloin ylemmän osan ihannemittauskorkeudelta, jonka JONSON¹ on määritellyt. Rungon alaosan kuutiosisällön määrää silloin sen keskeltä mitattu rinnankorkeusläpimitta riippumatta muotoluokasta ja yläosan kuutiosisällön sen ihannemittauskorkeudelta mitattu läpimitta, vaikkakin rungon todellinen runkokäyrä poikkeaisi siitä teoreettisesta runkokäyrästä, joka vastaa läpimittasuhteen perusteella määrättyä muotoluokkaa.

Laskuja varten on JONSONIN ilmoittamat ihannemittauskorkeudet ensin tarkistettu. Sitä varten on ensin laskettu kysymyksessä olevan muotoluokan ihannemittauskorkeutta vastaavat normaaliset muotoluvut lähinnä ylemmässä ja alemmassa muotoluokassa. Saatujen muotolukujen erotus sekä niiden muotolukujen erotukset, jotka lähinnä ylemmässä ja alemmassa muotoluokassa vastasivat lähinnä pienempää ja samoin suurempaa tasaisissa kymmenluvuissa lausuttua prosentista korkeutta, kuvattiin graafisesti millimetripaperilla, jolloin abskissana oli mittauskorkeus ja ordinaattana muotolukujen erotus. Kullekin muotoluokalle saadusta käyrästä luettiin sitten se korkeus, jota vastaavain muotolukujen erotus on 0 ja joka siis on ihannemittauskorkeus. Siten saatiin ihannemittauskorkeuksille seuraavat tarkistettut arvot:

Muotoluokka	0.55	0.60	0.65	0.70	0.75
Ihannemittauskorkeus, %	26.5	30.7	33.9	37.0	41.2

Muotoluokka ja ihannemittauskorkeus ovat vielä muutettavat rinnankorkeuden yläpuolella olevaan rungonosaan kohdistuviksi. Aluksi oletetaan, että puun korkeus on 5, 10, 15, 20 tai 25 m ja että kannon korkeus on 1 % puun korkeudesta. Ensin lasketaan ihanneläpimitan korkeus lausuttuna prosenteissa rinnankorkeuden yläpuolella olevasta rungonosasta. Saman rungonosan muoto-osamäärän määräämistä varten lasketaan sen keskikohdan ja pohjapinnan läpimitat käyttämällä apuna kaavaa

$$d = 100 C_1 \log \frac{c_1 + l - 2.5}{c_1}, \text{ jossa } C_1 \text{ ja } c_1 \text{ ovat latvaosan muotoluokkaa vastaavia va-$$

kiota ja l merkitsee latvaosan pituudesta laskettuja prosenteja. Näin saatujen läpimittain suhde on sama kuin rinnankorkeuden yläpuolella olevan rungonosan muoto-osamäärä. Laskujen tulokset on esitetty taulukossa 4.

Tässä taulukossa olevat luvut kuvattiin sitten graafisesti millimetripaperilla käyttämällä muoto-osamäärää abskissana ja ihanneläpimitan korkeutta ordinaattana, jolloin saatiin kullekin puun korkeudelle oma käyränsä (Kuva 7). Tästä piirroksista luetut luvut on esitetty taulukossa 5.

Näin saadut luvut kuvattiin sitten taas graafisesti käyttämällä puun korkeutta

¹ JONSON, T.: Edellämainittu teos. S. 455.

abskissana ja ihanneläpimitan korkeutta ordinaattana, jolloin saatiin kullekin muotoluokalle oma käyränsä (Kuva 8). Tästä piirroksista luetut ihanneläpimittain korkeudet ovat kokonaisiksi prosenteiksi pyöristettyinä esitetyt taulukossa 6.

Jossakin metsikössä, jossa muotoluokan määräyksiä toimitetaan, voidaan käyttää kaikille puille samaa muotoluokkaa, joka arvioidaan kokemuslukujen perusteella Korkeus sensijaan mitataan jokaisesta puusta erikseen. Puun korkeuden ja metsikön muotoluokan perusteella haetaan sitten ihannemittauskorkeus taulukosta 6. Kun tältä korkeudelta mitataan ylempi läpimitta ja se jaetaan rinnankorkeusläpimitalla, saadaan kysymyksessä olevaa mittauskorkeutta vastaava läpimittasuhte.

Muotoluokan löytämiseksi joltakin mittauskorkeudelta määrätyn läpimittasuhteen avulla on läpimittasuhteet, jotka JONSON on esittänyt täysissä kymmenissä lausutuilla läpimitan korkeuksille eri muotoluokissa, kuvattu graafisesti käyttämällä muotoluokkaa abskissana ja läpimittasuhdetta ordinaattana, jolloin on saatu kullekin läpimitan korkeudelle oma käyränsä. Tästä piirroksista on luettu kullekin korkeudelle välillä olevain puuttuvain muotoluokkain läpimittasuhteet. Sitten on kaikkien muotoluokkain läpimittasuhteet uudelleen kuvattu graafisesti käyttämällä korkeutta abskissana ja läpimittasuhdetta ordinaattana, jolloin on saatu kullekin muotoluokalle oma käyränsä. Tästä piirroksista on luettu ne läpimittasuhteet, jotka on esitetty taulukossa 7. Mainitusta taulukosta löydetään siis muotoluokka, kun on ensin laskettu läpimittasuhte joltakin mittauskorkeudelta.

Edellä selostettu menettelytapa voidaan tehdä yksinkertaisemmaksi mittaamalla aina muotoluokkaa 0.65 vastaavilta ihannemittauskorkeuksilta, jolloin siis metsikön muotoluokkaa ei tarvitse edeltäpäin arvioida.

Vielä yksinkertaisempi menettelytapa, joka käytännössä lienee sopivin, on se, että mitataan ylempi läpimitta aina 40 %:n korkeudelta. Jos puut ovat vähintään 10 m pitkiä, ei tämä mittauskorkeus niin paljon poikkea ihannemittauskorkeudesta, että siitä aiheutuisi mainittavaa virhettä. Jos taas puut ovat 10 metriä lyhyempiä, ei ylempää läpimittaa tarvitse mitata ihannemittauskorkeudelta, koska niin pienissä puissa tyvilaajenema ei mainittavasti esiinny rinnankorkeudella. Tämä mittauskorkeus on kuitenkin silloinkin edullinen, koska runko 40 %:n korkeudelta on usein puhdistunut oksistaan ja on säännöllisempi kuin ylempää.

Jos ylempi läpimitta mitataan aina tasan 40 %:n korkeudelta, voidaan metsikön muotoluokka laskea seuraavalla tavalla. Lasketaan yhteen toiselta puolelta ylempiä läpimittoja ja toiselta puolelta rinnankorkeusläpimittoja vastaavat poikkileikkauspinta-alat ja saaduille summille tai niiden kymmenesosille, joita pidetään ympyräin pinta-aloina, etsitään vastaavat läpimitat. Läpimittain osamäärä osoittaa silloin metsikön keskimuotoluokan.

Jos tahdotaan määrätä puunrungon muotoluokka kuoren alta, on läpimitoista luonnollisesti vähennettävä kaksinkertainen kuoren vahvuus. Nämä vähennykset voidaan myöskin tehdä vasta pinta-alain avulla lasketuista läpimittain keskiarvoista.

Se kuutiosisällössä syntyvä virhe, joka vastaa läpimitassa esiintyvää yhden prosentin suuruisia virhettä, voidaan laskea seuraavalla tavalla. Runko ajatellaan aikaisemmin selitetyllä tavalla jaetuksi kahteen kappaleeseen, jolloin tyvikappaleen kuutiosisältö voidaan laskea HUBERIN kaavan avulla ja latvakappaleen kuutiosisältö ihannemittauskorkeutta vastaavan normaalimuotoluvun avulla. Siten saadaan rungon kuutiosisältö lausutuksi ihannemittauskorkeudelta määrätyn läpimitan funktiona. Tämän avulla saadaan differentioimista apuna käyttämällä lasketuksi se kuutiosisällössä syn-

tyvä virhe, joka vastaa läpimitassa esiintyvää yhden prosentin suuruista virhettä. Jos käytetään rungon pituudelle merkkiä l , rinnankorkeusläpimitalle arvoa 100, ihanne-
mittauskorkeudelta mitatulle läpimitalle merkkiä x ja sitä vastaavalle normaalimuoto-
luvulle merkkiä f sekä edellämaitulle virheelle prosenteissa lausuttuna merkkiä p ,
saadaan kaava 14. Koska rinnankorkeusläpimitan arvoksi on otaksuttu 100, tulee $x:n$
olla lausuttuna rinnankorkeusläpimitasta lasketuissa prosenteissa.

Jos esim. puun korkeus on 20 m ja muotoluokka 0.70, on edellämaittu kuutiosisäl-
lössä syntyvä virhe 1.570 %.

Virhe on sitä pienempi, mitä lyhyempi puu on ja mitä huonompi muotoluokka.

Se kuutiosisällössä syntyvä prosenteissa lausuttu virhe, joka vastaa läpimitan kor-
keusasemassa esiintyvää yhden prosentin virhettä, saadaan lasketuksi seuraavalla
tavalla. Jos läpimitassa syntyvälle prosenteissa lausutulle virheelle, joka aiheutuu
läpimitan korkeusasemassa esiintyvistä yhden prosentin virheestä, käytetään merk-
kiä p_1 , saadaan yhtälöstä $d = DC_1 \log \frac{c_1 + x - 2.5}{c_1}$ differentioimista apuna käyttämällä

ja olettamalla, että $D = 100$, kaava 15. Jos sille kuutiosisällössä syntyvälle prosen-
teissa lausutulle virheelle, joka vastaa läpimitassa esiintyvää yhden prosentin vir-
hettä, käytetään merkkiä p ja etsittäville virheprosentille merkkiä p_2 , saadaan lopuksi
kaava 16.

Jos esim. puun korkeus on 20 m ja muotoluokka 0.70, on edellämaittu läpimitassa
syntyvä virhe 0.9135 %. Koska se kuutiosisällössä syntyvä virhe, joka vastaa yhden
prosentin virhettä läpimitassa, on aikaisemman esimerkin mukaan 1.570 %, niin on
etsittävä virhe 1.434 %.

Tämäkin virhe on sitä pienempi, mitä lyhyempi puu on, mutta yleensä sitä suu-
rempi, mitä huonompi on muotoluokka.

Muotoluokan määrääminen edellä selostettua menettelytapaa käyttämällä edellyt-
tää, että runko on mitattavaan läpimitaan asti puhdistunut oksistaan tai että latvus
on niin harva, että runko voidaan nähdä sen sisältäkin. Männiköt ovatkin säännölli-
sesti kehittyessään jo keski-ialtä alkaen puhdistuneet mittauskorkeuteen asti oksistaan,
ja niiden latvus on myös varsinkin myöhemmällä iällä harva. Kuusi voi myös sään-
nöllisesti kehittyessään myöhemmällä iällä puhdistua oksistaan mittauskorkeuteen asti,
mutta sen latvus on tiheä. Useat lehtipuut puhdistuvat samoin säännöllisesti kehit-
tyessään mittauskohtaan asti oksistaan, ja useilla niistä on myös harva latvus. Huo-
maamme samalla, ettei tätä menettelytapaa voida sovelluttaa kaikkiin metsikköihin.
Sitä voidaan kuitenkin käyttää esim. kokemuslukuihin perustuvan muotoluokan arvioi-
misen ohella tarkistuskeinona. Samoin voidaan sitä luonnollisesti myös käyttää kaa-
dettujen puiden muotoluokan määräämiseen.

Mainittakoon vielä, että edellä käytettyjä menettelytapoja voidaan tietysti sovel-
luttaa nojautumalla muihinkin runkokäyrän kaavoihin kuin HÖJER-JONSONIN kaa-
vaan. Viimeksimainittua on tässä käytetty sen vuoksi, että JONSONIN kuutioimis-
taulukot ovat meillä nykyään yleisimmin käytännössä.