

SUOMEN METSÄTIETEELLINEN SEURA. — FINSKA FORSTSAMFUNDET.

ACTA  
FORESTALIA FENNICA

3.

ARBEITEN  
DER  
FORSTWISSENSCHAFTLICHEN GESELLSCHAFT  
IN  
FINNLAND.



HELSINGFORSIAE 1914.



### Acta forestalia fennica 3.

---

1. **Cajanus, Werner**, Ueber die Entwicklung gleichaltriger Waldbestände.  
Eine statistische Studie. I. .... 1—142
  2. **Renvall, August**, Ein Beitrag zur Kenntnis der sog. partiellen Variabilität der Kiefer..... 1—172
-



UEBER DIE ENTWICKLUNG  
GLEICHALTRIGER WALDBESTÄNDE

EINE STATISTISCHE STUDIE

I

VON

WERNER CAJANUS

---

HELSINGFORS 1914

HELSINGFORS  
AKTIENGESELLSCHAFT LILIUS & HERTZBERG

1914

## VORWORT.

Die Studien, von denen ein Teil jetzt veröffentlicht wird, sind schon im Jahre 1910 angefangen worden. Ich stellte mir die Aufgabe den wirtschaftlichen Wert des Waldbodens in Finland zu untersuchen. Da der Bodenwert sich auf die Ertragsfähigkeit stützt, war es somit nötig, vorerst Ertragsuntersuchungen vorzunehmen. Bei der Bearbeitung der diesbezüglichen Beobachtungen entstanden jedoch Schwierigkeiten dadurch, dass die waldbauliche Behandlung der Bestände in Finland sehr unregelmässig ist. Es erschien mir darum zweckmässig, um in der Bestandesentwicklung eventuell vorkommende allgemeine Gesetzmässigkeiten herauszufinden, erst in möglichst gleichmässigen und einheitlich behandelten Beständen gemachte Beobachtungen zu bearbeiten. Ich unternahm in dieser Absicht die vorliegende Studie, die sich auf ausländisches Beobachtungsmaterial stützt.

Herrn Professor Dr. C. V. L. Charlier in Lund bin ich zu grossem Dank verpflichtet. In ausserordentlich entgegenkommender Weise hat er mir immer mit wertvollen Ratschlägen geholfen. Bei meinem Aufenthalt in Lund im Januar—Februar und August—September 1913 stellte er mir seine teilweise noch im Manuskript vorliegenden theoretisch-statistischen Untersuchungen zur Verfügung und gab mir Gelegenheit, in dem Recheninstitut der Sternwarte zu arbeiten, was meine Studien sehr gefördert hat.

*Der Verf.*

---



## INHALT.

	S.
<b>Einleitung</b> .....	I
<b>Untersuchungsmethode</b> .....	7
<b>Das Material</b> .....	32
<b>Klassifizierung der Standorte</b> .....	35
<b>Der Mitteldurchmesser</b> .....	39
<b>Die Dispersion</b> .....	60
<b>Die Asymmetrie</b> .....	96
<b>Der Excess</b> .....	113
<b>Verschiedene Entwicklungsreihen, die in dem Material vorkommen</b> ....	124
<b>Die Stammzahl</b> .....	130
<b>Die praktische Anwendung der Untersuchungsergebnisse</b> .....	136
Tabellen-Verzeichniss:	
Tabelle I Die Beobachtungsergebnisse .....	32
» II Die Verteilung der Bestände nach Alter und Bonität .....	38
» III Der Mitteldurchmesser .....	40
» IV Beobachteter und ausgeglichener Mitteldurchmesser.....	44
» V Bonitäten und gruppenweise Zusammenstellung des ursprünglichen und ausgeglichenen Mitteldurchmessers .....	54
» VI Die Dispersion .....	61
» VII Die Variationskoeffizienten .....	69
» VIII Die Variationskoeffizienten gruppenweise zusammengestellt	72
» IX Der Variationskoeffizient unmittelbar vor und nach der Durchforstung .....	76
» X Beobachtete und ausgeglichene Dispersion .....	86
» XI Beobachtete und ausgeglichene Dispersion in den nach der Stammzahl gebildeten Gruppen .....	89
» XII Der Asymmetriekoeffizient .....	97
» XIII Der Asymmetriekoeffizient gruppenweise zusammengestellt	100
» XIV Der Asymmetriekoeffizient unmittelbar vor und nach der Durchforstung .....	104
» XV Der Excess.....	114
» XVI Der Excess gruppenweise zusammengestellt .....	118
» XVII Beobachtete und ausgeglichene Stammzahl .....	133



## Einleitung.

Der Gegenstand dieser Studie ist keineswegs neu. Schon am Ende des 18:ten Jahrhunderts als man in Mittel-Europa, besonders in Deutschland, allgemeiner nach einer geordneten Forstwirtschaft zu streben anfang, entstand das Bedürfnis, den künftigen Ertrag der Wälder abzuschätzen. Als Grundlage einer solchen Abschätzung wurden auf Erfahrung begründete Angaben über die Holzmasse pro Flächeneinheit in Beständen verschiedenen Alters zusammengestellt. Diesbezügliche Untersuchungen, deren Bedeutung für eine geordnete Forstwirtschaft schon G. L. HARTIG<sup>1)</sup> deutlich hervorhebt, indem er auch Anweisungen darüber gibt, wie dieselben auszuführen wären, sind später sowohl von einzelnen Personen, als besonders von den sogenannten forstlichen Versuchsanstalten ausgeführt worden. Letztere haben es als eine ihrer Hauptaufgaben angesehen, den Zuwachs der Bestände zu erforschen und zum praktischen Gebrauch geeignete Tafeln darüber zusammenzustellen. Es gibt also eine grosse Menge solcher Tabellen und in Mittel-Europa sind fast alle forstwirtschaftlich bedeutenden Holzarten in dieser Hinsicht untersucht worden.<sup>2)</sup> Auch in Finland sind diesbezügliche Unter-

---

<sup>1)</sup> HARTIG, G. L., Anweisung zur Taxation und Beschreibung der Forste, 4:te Aufl. 1819 (Erste Aufl. Giessen 1795). S. 38—46. Nach HUFEL, Les arbres et les peuplements forestières. Paris et Nancy 1893, S. VI, sind diesbezügliche Untersuchungen in Frankreich schon früher von REAUMUR, BUFFON, DUHAMEL, DE PERTHUIS, VARENNE DE FENILLE, angeregt worden.

<sup>2)</sup> Die betreffende Litteratur ist überaus reich. Ein Verzeichnis der älteren Arbeiten findet man in GANGHOFER, A., Das forstliche Versuchswesen Bd. I. Augsburg 1881, S. 369. Spätere Veröffentlichungen sind in den Mitteilungen der Schweizerischen Centralanstalt für das forstliche Versuchswesen, Bd. IX. Zürich 1907, S. 5 verzeichnet. Seitdem sind folgende Ertragstafeln erschienen:

WIMMENAUER, Ertragstafeln für Kiefern im Lichtungsbetrieb. Allgemeine Forst- und Jagd-Zeitung. 1908, S. 267. u. 1910, S. 321.

suchungen ausgeführt worden, von denen besonders *BLOMQVIST's*<sup>1)</sup> auf ein grosses Material gegründete Ertragstafeln hervorzuheben sind. Dass ich diese Untersuchung dennoch vorgenommen und dabei schon früher bearbeitetes und veröffentlichtes Material benutzt habe, erscheint dadurch berechtigt, dass meine Bearbeitungsverfahren und mein Ziel von denen früherer Untersuchungen einigermassen abweichen.

Als man zuerst anfang, den Zuwachs der Wälder zum Gegenstand einer wissenschaftlichen Forschung zu machen, wurde die Produktion einer möglichst grossen Holzmasse als Ziel der Forstwirtschaft betrachtet. Bei der Untersuchung der Bestandesentwicklung legte man in-

---

*SCHWAPPACH, A.*, Die Kiefer. Wirtschaftliche und statistische Untersuchung der Forstlichen Abteilung der Hauptstation des forstlichen Versuchswesens in Eberswalde. Neudamm 1908.

*SCHWAPPACH, A.*, Die Rotbuche. Wirtschaftliche und statistische Untersuchungen der Forstlichen Abteilung der Hauptstation des forstlichen Versuchswesens in Eberswalde 1911.

*WIMMENAUER*, Ertragstafeln für Buchenhochwald bei starker und freier Durchforstung. Nach den Aufnahmen der forstlichen Versuchsanstalt für das Grossherzogtum Hessen bearbeitet. Allg. Forst- u. Jagd-Zeitung. 1911. S. 196.

*MAW*, Complete Yield Tables for British Woodlands. London 1912.

Normalertragstafeln für Fichtenbestände. Bearbeitet von Herzoglich Braunschweigischen forstlichen Versuchsanstalt. Berlin 1913.

Ertragstafeln zum Gebrauch bei der Forsteinrichtung, bearbeitet von der forstlichen Versuchsanstalt für das Grossherzogtum Hessen. Giesen 1913 (Enthält ausser neuen auch früher veröffentlichte Tafeln).

*MAAS, ALEX.*, Erfarenhetstabeller för tallen. Ett bidrag till kännedom om normala tallbestånd. Skogsvårdsföreningens tidskrift, Fackafdelningen. Stockholm 1911. S. 375. (Enthält auch Angaben über ältere Ertragsuntersuchungen in Schweden und Norwegen).

*WIMMENAUER*, Ertragsuntersuchungen im Eichenhochwald. Allg. Forst- u. Jagd-Zeitung. 1913. S. 261.

<sup>1)</sup> *BLOMQVIST, A. G.*, Tabeller framställande utvecklingen af jämn-åriga och slutna skogsbestånd af tall, gran och björk. Helsingfors 1872.

Ertragsuntersuchungen sind ausserdem in Finland ausgeführt von:

*C. W. GYLDÉN*, dessen Handledning för skogshushållare i Finland, Helsingfors 1853, Ertragstafeln für Kiefer, Fichte und Birke enthält.

*NILS THOMÉ* ja *P. E. MINNI*, Lisäkasvututkimuksia vierinkivimailla puhtaissa, tasaikäisissä, apuharvennetuissa mäntymetsissä. Finska Forstföreningens meddelanden, XXV bandet. Helsingfors 1909. S. 109.

*GUNNAR KARLSSON* och *JARL SILFVERBERG*, Undersökningar öfver beståndstillväxten i tallskog af myrtillustyp i Vesijako kronopark. Finska Forstföreningens meddelanden, XXVII bandet, Helsingfors 1910. S. 187.

folgedessen das Hauptgewicht auf die Holzmasse (das Volumen) und deren Veränderung mit dem Alter. Später hat das Bestreben nach einer möglichst grossen Holzproduktion als Ziel einer geregelten Forstwirtschaft der Forderung des höchsten Bodenreinertrages weichen müssen, oder — wo diese s. g. Bodenreinertragstheorie nicht Anerkennung gefunden hat — wird durch die Wirtschaft eine möglichst grosse Waldrente erstrebt. Die Regelung der Forstwirtschaft nach diesen Prinzipien setzt eine eingehendere Kenntnis der Entwicklung des Bestandes, insbesondere seines Wertes, bei verschiedenem Alter voraus. Die Ertragstabellen haben sich jedoch nicht in einer, diesen veränderten Anforderungen entsprechenden Weise entwickelt und enthalten im allgemeinen keine Angaben, die eine genaue Wertermittlung ermöglichen würden<sup>1)</sup>. Vergleicht man die neuesten Ertragstabellen mit älteren und sogar den ältesten, so fällt es einem auf, wie wenig sie von einander hinsichtlich der mitgeteilten Angaben über die Bestandesentwicklung abweichen<sup>2)</sup>. Die Hauptsache ist noch immer der Massenzuwachs, obgleich die Kenntnis desselben für die moderne Forstwirtschaft von verhältnismässig geringer Bedeutung ist. Es scheint als ob die Forschung betreffs der Bestandesentwicklung sich auf einem zurückgebliebenen, den Forderungen der praktischen Forstwirtschaft nicht entsprechenden Standpunkt befände. Es ist unter solchen Umständen erklärlich, dass die Resultate dieser Forschung — die Ertragstabellen — sich nicht mehr in die Praxis eingebürgert haben<sup>3)</sup>, und dass man, wo sie ange-

1) Einige Ertragstabellen enthalten zwar sogenannte Sortimentstabellen. Diese haben aber eine sehr beschränkte Anwendung, weil die Sortierung von den Absatzverhältnissen abhängig ist. SCHWAPPACH, A., Wachstum und Ertrag normaler Kiefernbestände in der norddeutschen Tiefebene. Berlin 1889. S. 58 u. ff. betreffs der Sortimentstabellen: »Wegen der Unmöglichkeit, die nach Gegend und Handelsconjunctur so sehr verschiedenen und wechselnden Verhältnissen berücksichtigen zu können, habe ich — — — zwei extreme Fälle unterschieden, nämlich 1) alles Holz mit Ausnahme des Reisigs und der Kurzen Reststücke des Stammholzes kann als Nutzholz abgesetzt werden; 2) alles Holz muss als Brennholz aufgearbeitet werden«.

2) Ausnahmen kommen zwar vor, siehe z. B.

MAASS' früher genannte Ertragstabellen, die die prozentuale Verteilung der Holzmasse des Bestandes auf 5 cm weite Durchmesserklassen angibt.

3) Dass die Ertragstabellen, namentlich die neuen, der forstlichen Praxis ziemlich fremd geblieben sind, geht u. a. aus BORGMANN, W., Wie sind die Ergebnisse der neueren forstlichen Ertragsuntersuchungen nach ihrem wissenschaftlichen und praktischen Wert zu beurteilen? Allgemeine Forst- und Jagd-Zeitung. 1913. S. 397, deutlich hervor.

wandt werden, wie z. B. bei der Bestandesbonitierung, oft Tafeln älteren Datums gebraucht<sup>1)</sup>. Dabei werden viele wichtige Fragen betreffs der Forsteinrichtung, wie z. B. der Bestimmung des Bodenwertes und des Umtriebs, mangels geeigneter Ertragstafeln, durch eine nur allzuoft unsichere Schätzung gelöst<sup>2)</sup>.

Um den Forderungen der modernen Forstwirtschaft zu entsprechen,

---

Bezeichnend für die Auffassung von der Bedeutung der Ertragstafeln ist auch der Umstand, dass in dem im Jahre 1909 entworfenen Programm für die schwedische Versuchsanstalt vorgeschlagen wird, die sich auf Ertragstafeln beziehenden Arbeiten bis auf weiteres fallen zu lassen. Redogörelse öfver Skogsförsöksanstaltens verksamhet, Skogsvårdsföreningens Tidskrift. Stockholm 1909. S. 239. Es heist wörtlich: »Undersökningarna hafva också nu, hvad beträffar tallen, framskridit så långt, att en erfarenhetstabell för detta trädslag i normala bestånd inom kort kommer på särskildt uppdrag af k. domänstyrelsen att utarbetas af jägmästare Maass. Härigenom torde frågan om erfarenhetstabellens upprättande kunna något skjutas åt sidan». Es ist dabei zu bemerken, dass die für genügend betrachtete Untersuchung sich auf Beobachtungen in 79 Beständen stützt und von Maass selbst bei der Veröffentlichung der Ertragstafel als ein vorläufiger Versuch betrachtet wird. MAAS, A., Erfarenhetstabeller för tallen. Skogsvårdsföreningens Tidskrift, Fackupplagan. Stockholm 1911. S. 381: »Det samlade materialet är litet och det kan därför anses vara för tidigt att redan nu söka sammanställa undersökningarna till en erfarenhetstabell. Då jag likväl gör detsamma, sker det för att fylla det tomrum, som faktiskt förefinnes, innan försöksanstalten en gång kan framlägga en på rikare material grundad undersökning.»

1) Ein Beweis dafür ist die Tatsache, dass im Jahre 1909 eine neue Auflage der Feistmantelschen Tafeln (von 1854) erschienen ist. WEISS, JOSEF, Allgemeine Waldbestandestafeln nach R. FEISTMANTEL. Wien und Leipzig 1909. In Sachsen waren, wie ich mich selbst überzeugen konnte, noch im Jahre 1906 bei den Forsteinrichtungsarbeiten alte, von PRESSLER (1878 ?) entworfene Ertragstafeln im Gebrauch. In Preussen ist die Anwendung von älteren Ertragstafeln amtlich vorgeschrieben. Siehe BORGMANNs oben angeführten Aufsatz, S. 407.

2) SCHIFFEL, A., Wuchsgesetze normaler Fichtenbestände. Mitteilungen aus dem Forstlichen Versuchswesen Österreichs, XXIX Heft. Wien 1904. S. 91. »Ein oft und schwer empfundener Übelstand bei der Anwendung von Ertragstafeln, insbesondere bei Waldwertberechnungen, Rentabilitäts-, Wertzuwachsprozent- und Umtriebskalkulationen, ist es, dass die Bewertung der Massen entweder nach dem Mittelstamme oder im Anhalte an sonstige unsichere Daten (Schlagergebnisse) vorgenommen werden muss. Es ist ein ganz berechtigter Einwand, den man gegen solche Wertsermittlungen geltend macht, dass die Bewertung der Masseneinheit nach finanziellen Ertragstafeln mehr oder weniger willkürlich ist und einer positiven Grundlage entbehrt.»

müssten die Ertragstafeln Angaben enthalten, die die Berechnung des Bestandeswertes bei verschiedenem Alter ermöglichen. Zu diesem Zweck ist die Kenntnis der Dimensionen der Bäume im Bestande nötig. In einem gleichaltrigen Bestande sind die Höhenvariationen gewöhnlich verhältnismässig klein und jedenfalls sind Höhe und Brusthöhendurchmesser so stark korreliert<sup>1)</sup>, dass die Kenntnis des Brusthöhendurchmessers, sowie die in den Ertragstafeln gewöhnlich vorkommenden Angaben über die Höhe der Bäume, eine genügend exakte Wertberechnung des Bestandes erlaubt. Ist die Verteilung der Stämme auf Durchmesserstufen bei verschiedenem Bestandesalter angegeben, so hat man darin eine Ergänzung der gewöhnlichen Ertragstafeln, wodurch diese zu einem wichtigen Hilfsmittel bei der Waldwertberechnung und der Forsteinrichtung werden. Untersuchungen über die Verteilung der Stämme auf Durchmesserstufen fehlen zwar nicht, sie sind aber ohne praktisch anwendbare Resultate geblieben.<sup>2)</sup> Die Ursache

1) Vom Verfasser vorgenommene Untersuchungen, die demnächst veröffentlicht werden, haben ergeben, dass der Korrelationskoeffizient zwischen Brusthöhendurchmesser und Höhe in gleichaltrigen Beständen c:a 0,94 ist und dass man, wenn die Mittelhöhe und die Verteilung der Stämme auf Durchmesserstufen bekannt ist, die Höhe der Bäume bei gegebenem Durchmesser mit einem Mittelfehler von c:a 2 % berechnen kann, falls die Zahl der Bäume in der betreffenden Durchmesserstufe nicht kleiner als 10 ist. Eine solche Genauigkeit ist vollkommen ausreichend, um mit Hilfe einer geeigneten Abnahmetabelle genaue Wertberechnungen ausführen zu können.

Nach GANGHOFER, Das forstliche Versuchswesen, Bd. I. Augsburg 1881. S. 459, hat WEISE, in der Versammlung des Vereins deutscher forstlicher Versuchsanstalten zu Berlin 1879 auf Grund seiner Untersuchungen von 388 Kiefern-Probeflächen u. A. den folgenden Satz ausgesprochen: »Die mittlere Höhe einer bestimmten Stammklasse ist abhängig von ihrem mittleren Durchmesser«, das Gleiche gilt für die Mittelhöhe und den (mittleren?) Durchmesser des Bestandes. Siehe auch WEISE, WILHELM, Ertragstafeln für die Kiefer. Berlin 1880. S. 36 u. 37.

2) Siehe unter anderen SCHUBERG, K., Aus deutschen Forsten. Mitteilungen über den Wuchs und Ertrag der Waldbestände im Schluss- und Lichtstande. I Die Weisstanne. Tübingen 1888. S. 103 u. Fig. 6.

GERHARDT, ERNST, Die theoretische und praktische Bedeutung des arithmetischen Mittelstammes, Meiningen 1901. S. 70—73.

GUTTENBERG, A. v., Loreys Handbuch der Forstwissenschaft. Tübingen 1903. Holzmesskunde. Band III. S. 228.

SCHIFFEL, A., Wuchsgesetze normaler Fichtenbestände. Mitteilungen aus dem forstlichen Versuchswesen Österreichs. Wien 1904. XXIX Heft. S. 93 u. ff.

dazu muss wohl in der allzu schematischen Behandlung der Aufgabe gesucht werden, und teils auch darin, dass die Stammverteilung in einer für den praktischen Gebrauch ungeeigneten Form angegeben wird.

In der folgenden Studie über die Bestandesentwicklung wird das Hauptgewicht auf die Ermittlung der Stammverteilung auf Durchmesserstufen nach Brusthöhenstärke und auf die Veränderung derselben mit zunehmendem Bestandesalter gelegt. Abgesehen von der Bedeutung, die die Kenntnis der Stammverteilung bei der Berechnung des Bestandeswertes hat, wird dadurch ein weit klarerer Einblick in die Bestandesentwicklung und die auf dieselbe einwirkenden Faktoren gewonnen, als durch ein Studium, welches hauptsächlich auf die Ermittlung des Massenzuwachses gerichtet wäre. Da die Verteilung der Stämme auf Grössenklassen die Bestandesmasse ausserdem eindeutig bestimmt, was nicht umgekehrt der Fall ist, kann die Stammverteilung auch als Grund zur Aufstellung solcher Ertragstafeln benutzt werden, bei denen das Hauptgewicht auf die Masse gerichtet ist.

---

## Untersuchungsmethode.

Bei einer Untersuchung der Bestandesentwicklung ist es aus leicht ersichtlichen Gründen unmöglich, denselben Bestand vom frühesten Alter an bis zum Abtrieb zu beobachten, und durch von Zeit zu Zeit vorgenommene Messungen die im Bestande stattgefundenen Änderungen festzustellen. Anstatt dieses Verfahrens, das ich in Analogie mit dem entsprechenden Verfahren in der Bevölkerungsstatistik die direkte Methode nennen möchte, muss man Bestände verschiedenen Alters aufsuchen, welche als Vertreter verschiedener Entwicklungsstufen ein und desselben Bestandes betrachtet werden können, und durch in diesen Beständen vorgenommene Messungen die Bestandesentwicklung ermitteln. Durch diese indirekte Methode werden jedoch unsichere Momente in die Untersuchung eingeführt. Um damit ein richtiges Resultat zu erhalten, müssen die verschiedenen Bestände, in denen die Messungen vorgenommen werden, bezüglich des Standortes, der Holzart, der Bestandesform und der Behandlung gleichartig sein und sich nur hinsichtlich des Alters unterscheiden, denn andernfalls ist man natürlich nicht berechtigt, dieselben als Vertreter verschiedener Altersstadien desselben Bestandes zu betrachten und auf Grund der zwischen ihnen festgestellten Verschiedenheit der Masse, Höhe, Stammzahl, Stammverteilung und anderer Eigenschaften auf die Veränderungen zu schließen, die in einem Bestande mit zunehmendem Alter stattfinden.

Es fällt aber in der Praxis häufig recht schwer, die oben erwähnte Übereinstimmung zwischen den Beobachtungsbeständen zu erreichen, obgleich die Schwierigkeiten in Bezug auf alle Eigenschaften nicht gleich gross sind. Indem man die Untersuchungen auf gleichaltrige reine Bestände einer bestimmten Holzart beschränkt, erreicht man eine Übereinstimmung in der Bestandesform und der Holzart. Bezüglich des Standortes und der Behandlungsweise ist die Übereinstimmung zwischen den Beobachtungsbeständen recht schwer festzustellen, da Veränderungen derselben Art, wie die durch zunehmendes Alter bedingten,

auch durch Verschiedenheiten des Standortes und der Behandlungsweise verursacht werden können. Man muss sich in dieser Hinsicht unter allen Umständen mit einem grösseren oder kleineren Grad der Übereinstimmung begnügen, da vollständige Gleichheit, wenn von graduellen, durch Übergänge verbundenen Eigenschaften die Rede ist, naturgemäss unmöglich zu erreichen ist.

Um zu erreichen, dass nur Bestände, die bezüglich des Standortes und der Behandlungsweise übereinstimmen, zu derselben Beobachtungsreihe vereinigt werden, sind im Laufe der Zeit verschiedene Verfahren angewendet worden. Man hat gewisse Eigenschaften der Bestände als Weiser für die Übereinstimmung benutzen wollen. Dabei scheint man nicht immer in genügendem Grade unterschieden zu haben, ob es sich um die Übereinstimmung betreffs des Standortes oder der Behandlungsweise handelt <sup>1)</sup>. In anderen Fällen wiederum ist die Gleichheit der Behandlungsweise vorausgesetzt worden, ohne dass eine solche Voraussetzung berechtigt gewesen wäre <sup>2)</sup>.

Zum Weiser der Übereinstimmung in dieser oder jener Hinsicht muss natürlich eine Eigenschaft des Bestandes gewählt werden, die, wenn auch nicht ausschliesslich, doch in so hohem Grade wie möglich entweder von der Behandlungsweise oder von dem Standorte abhängt. Da die Höhe der Bäume bei gegebenem Alter hauptsächlich nach der Beschaffenheit des Standortes wechselt <sup>3)</sup>, eignet sich die Höhe recht

<sup>1)</sup> Das ist der Fall, wenn die Zugehörigkeit der Beobachtungsbestände zu derselben Entwicklungsreihe auf Grund der Holzmasse ermittelt wird, wie es bei der Aufstellung der Ertragstafeln nach der s. g. Streifenmethode (siehe BAUR, FR. v., Die Fichte in Bezug auf Ertrag, Zuwachs und Form. Stuttgart 1877) geschieht. Die Holzmasse bei gegebenem Alter ist sowohl von dem Standort als von der Behandlung des Bestandes abhängig und die gleiche Holzmasse kann darum durchaus nicht als Zeichen einer Übereinstimmung betreffs des Standortes betrachtet werden.

<sup>2)</sup> Die nach dem Vorschlag BAUR's (siehe BAUR, FR. v., a. A.) allgemeine Anwendung der mittleren Höhe als Bonitätsweiser, ist nur dann zulässig, wenn die Begründungsart, die Behandlungsweise und sonstige, auf die mittlere Höhe einwirkende Faktoren übereinstimmen, was, wie aus dem Folgenden hervorgeht, bei der Aufstellung der meisten Ertragstafeln nicht gesichert ist.

<sup>3)</sup> MÖLLER, A., Ueber die Wurzelbildung der ein- und zweijährigen Kiefern im märkischen Sandboden. Zeitschrift für Forst und Jagdwesen. Bd. 34. 1902. S. 197. »Aus der Gesamtheit der Untersuchungen ergab sich, dass die durchschnittliche Länge der Kiefern über dem Erdboden ein gutes und der gesamten Wuchsleistung in jeder Hinsicht entsprechendes, daher für die vergleichende Betrachtung brauchbares Kriterium ist« (S. 204).

gut zum Masstab der Übereinstimmung der Standorte der verschiedenen Beobachtungsbestände<sup>1)</sup>. Man hat nämlich gefunden, dass die Behandlungsweise entweder gar nicht oder nur in geringem Grade auf die Höhenentwicklung der vorherrschenden Bäume einwirkt<sup>2)</sup>, und dass

1) Der Vorschlag, die Standortsbonität nach der Höhe der Bäume zu beurteilen, rührt von R. HARTIG her.

HARTIG, R., Vergleichende Untersuchungen über den Wachstumsgang und Ertrag der Rotbuche und Eiche im Spessart, der Rotbuche im östlichen Wesergebirge, der Kiefer in Pommern und der Weisstanne im Schwarzwald. 1865. S. 39.

— » —, Die Rentabilität der Fichtennutzholz- und Buchenbrennholzwirtschaft im Wesergebirge. 1868. S. 46.

2) SCHWAPPACH, A., Wachstum und Ertrag normaler Rotbuchenbestände. Berlin 1893. S. 29. »Ebenso hängt auch dessen Mittelhöhe von dem schwächeren oder stärkeren Grad der Durchforstung ab, dagegen ist die Oberhöhe hiervon vollkommen unabhängig».

Da keine einwandfreien zahlenmässigen Belege für die ausgesprochene Behauptung meines Wissens mitgeteilt sind, — die Untersuchungen über die Einwirkung verschiedener Behandlungsweise auf die Höhenentwicklung beziehen sich auf die mittlere Höhe, — habe ich die Sache auf Grund folgender veröffentlichter Daten über Durchforstungsversuche geprüft und bestätigt gefunden:

FLURY, PH., Einfluss verschiedener Durchforstungsgrade auf Zuwachs und Form der Fichte und Buche. Mitteilungen der Schweizerischen Centralanstalt für das forstliche Versuchswesen. Zürich 1903. VII Bd. S. 1 u. ff.

KUNZE M., Über den Einfluss verschiedener Durchforstungsgrade auf den Wachstumsgang der Waldbestände. Tharander forstliches Jahrbuch. 44 Bd. 1894. S. 1 u. ff. S. 155 u. ff., 49 Bd. 1899. S. 1 u. ff., 55 Bd. 1905. S. 1 u. ff.

Um zu zeigen, wie wenig die Höhe der vorherrschenden Bäume in der Tat von dem Durchforstungsgrade beeinflusst wird, seien folgende, nach von KUNZE veröffentlichten Daten gemachte Zusammenstellungen mitgeteilt:

	Durchforstungsgrad		
	A	B	C
Maximale Höhe der Bestände nach dem grössten Klassenprobestamm. Mittel aus im Jahre 1867, 1872, 1877, 1882, 1888 u. 1893 vorgenommenen Erhebungen (Th. f. Jahrb. Bd. 44, S. 1 u. ff.)	18,6	19	19,8
Desgl. (Th. f. Jahrb. Bd. 44, S. 155 u. ff.)	14,5	14,8	14,7
Desgl. Mittel aus im Jahre 1867, 1872, 1877 u. 1882 vorgenommenen Erhebungen (Th. f. Jahrb. Bd. 49, 1899, S. 1 u. ff.)	21,5	21,9	21,9

auf gleichem Standort der Höhenzuwachs im allgemeinen derselbe ist <sup>1)</sup>. Diese Tatsache wird dadurch erklärt, dass die vorherrschenden Bäume eines Bestandes sich gewöhnlich ziemlich ungehemmt von den übrigen Bäumen entwickeln, und dass ihre Lebensbedingungen somit in keinem wesentlichen Grade durch waldbauliche Massnahmen, speziell durch Durchforstungen, verändert werden. Es eignet sich folglich nur die Höhe der vorherrschenden Bäume zum Weiser bei der Beurteilung des Standortes. Es muss dagegen als weniger zweckmässig angesehen werden, wenn man, wie meistens geschehen ist, die durchschnittliche Höhe benutzt, um den Standort zu charakterisieren. Da die Stämme, die bei der Durchforstung entfernt werden, sich nicht gleichmässig auf die verschiedenen Grössenklassen des Bestandes verteilen, muss die durchschnittliche Höhe offenbar von der Behandlungsweise beeinflusst werden. Man kann deshalb unmittelbar nach einer Durchforstung eine nicht unbedeutende Veränderung (Zunahme) der Mittelhöhe des Bestandes beobachten — eine Tatsache, die genügend bekannt ist. Ausser dieser plötzlichen Zunahme, die recht störend einwirken kann, ist beobachtet worden, dass nach verschiedenen Durchforstungsgraden behandelte Bestände auf demselben Standort eine verschiedene Mittelhöhe aufweisen <sup>2)</sup>. Der Einfluss des Standortes kommt also in der durchschnittlichen Höhe nicht so rein zum Ausdruck wie in der Höhe der vorherrschenden Bäume <sup>3)</sup>. Ferner erhält der Grad des Einflusses der Be-

1) Eine von V. E. LAGERSTEDT und W. JOHANSSON vorgenommene Untersuchung über den Zuwachs vorherrschender Bäume bei verschiedenen Waldtypen im Staatsforste Evo hat ergeben, dass die Bäume auf demselben Waldtypus bei entsprechendem Alter übereinstimmende Höhen aufwiesen.

2) FLURY, PH., a. A. S. 168, Tabelle XXXa und XXXb, Seite 190—197.

3) Wie wenig die mittlere Höhe in der Tat die Standortsbonität charakterisiert, geht aus folgender Zusammenstellung hervor, die nach von KUNZE im »Ueber den Einfluss d. Anbaumetode auf den Ertrag der Fichte«. Tharander forstliches Jahrbuch. Bd. 52, 1902. S. 1 u. ff., mitgeteilten Zahlen angefertigt ist:

Begründungsart der 41-jährigen Vergleichsbestände.

	Reifensaat.	Plätzesaat.	Pflanzung in Quadratverband.				
			0.85 m	1.16 m	1.42 m	1.70 m	1.98 m
Stammzahl .....	4910	4340	4694	3281	2526	2140	1760
Mittlere Höhe .....	9,5	10,4	10,9	11,6	12,0	11,4	13,2

Die mittlere Höhe zeigt bedeutende Unterschiede, obgleich die Standortsbonität in allen Beständen dieselbe ist.

standesbehandlung auf die Mittelhöhe einen etwas verschiedenen Wert je nach der Berechnungsweise. Wird die Mittelhöhe als arithmetisches Mittel z. B. aus der Höhe der Probestämme in der nach URICH'S Verfahren gebildeten Stammklassen berechnet, so wird sie durch die Behandlungsweise weit mehr beeinflusst, als wenn sie nach der von LOREY <sup>1)</sup> vorgeschlagenen Formel  $H = \frac{\sum gh}{\sum g}$  ausgerechnet wird. Im letzteren Falle erhalten die grösseren Bäume einen relativ grösseren Einfluss und das Mittel nähert sich infolgedessen der Höhe der vorherrschenden Bäume. Zwar besteht unzweifelhaft, wie WEISE <sup>2)</sup> hervorhebt, ein deutlicher Zusammenhang zwischen der Mittelhöhe und der Höhe der vorherrschenden Bäume, insofern einer grösseren Höhe der vorherrschenden

---

Ein absprechendes Urteil über die mittlere Höhe als Massstab für die Standortsbonitierung gibt schon SCHUBERG, Aus deutschen Forsten. Mitteilungen über den Wuchs und Ertrag der Waldbestände im Schluss- und Lichtstande I. Tübingen 1888. S. 86.

<sup>1)</sup> LOREY, Die mittlere Bestandeshöhe. Allgemeine Forst- und Jagd-Zeitung. 1878. S. 149 u. ff. Es bezeichnen:  $g$  die Kreisfläche in Bruthöhe der verschiedenen Stammklassen,  $h$  die Höhe der Klassenprobestämme.

<sup>2)</sup> WEISE, W., Ertragstabellen für die Kiefer. Berlin 1880. S. 66 teilt mit: »Es zeigt nämlich die Mittelhöhe im Ganzen einen sehr regelmässigen Abstand von der Oberhöhe, so dass sich für eine bestimmte Mittelhöhe auch ein bestimmter Abstand derselben von Oberhöhe berechnen lässt».

Verf. hat die Korrelation zwischen mittlerer Höhe und der Höhe der vorherrschenden Bäume auf Grund von Beobachtungen in 510 Beständen untersucht und eine ausserordentlich feste geradlinige Korrelation, — der Korrelationskoeffizient ist c:a 0,93, — gefunden. Es könnte darum scheinen als wäre es gleichgültig, ob die Bonitierung nach dieser oder jener Höhe geschieht. Das ist jedoch nicht der Fall. Es besteht nämlich zwischen der Höhe der vorherrschenden Bäume  $H$  und der mittlere Höhe  $h$  folgende Gleichung (sieh ez. B. YULE G. YDNY. An Introduction to the Theory of Statistics. London 1912. S. 179):

$$H = \frac{\sigma_H}{\sigma_h} r(h - M_h) + M_H.$$

(Es bezeichnen  $M_H$  und  $\sigma_H$  Mittel und Dispersion in der von dem  $H$ -Werte der untersuchten Bestände gebildeten Reihe,  $M_h$  und  $\sigma_h$  entsprechende Charakteristiken der  $h$ -Reihe,  $r$  den Korrelationskoeffizient).

Jede Unregelmässigkeit in  $h$  — und solche können, wie schon vorher hervorgehoben ist, durch die Bestandesbehandlung verursacht werden, — bewirkt somit, dass die Bonitierung nach Mittelhöhe und die Höhe der vorherrschenden Bäume nicht übereinstimmt.

Bäume im allgemeinen eine grössere Mittelhöhe des ganzen Bestandes entspricht. Damit ist aber keineswegs erwiesen, dass sich die durchschnittliche Höhe zum Weiser der Standortsbonität unter anderen Voraussetzungen eignen würde, als wenn die übrigen, die Mittelhöhe beeinflussenden Faktoren dieselben wären, eine Voraussetzung, die in den meisten Untersuchungen über die Bestandsentwicklung nicht erfüllt ist.

Ogleich die Höhe der vorherrschenden Bäume als ein Ausdruck der Standortsqualität angesehen werden kann, wäre es doch zweckmässiger den Standort durch eine von dem Bestande unabhängige Eigenschaft zu charakterisieren. Dadurch würden die Resultate der Untersuchungen an allgemeiner Gültigkeit gewinnen, und gleichzeitig die Möglichkeit erreicht werden, die Produktion der verschiedenen Holzarten auf demselben Standorte zu vergleichen <sup>1)</sup>. Ein solcher Vergleich kann natürlich nicht stattfinden, wenn die Standorte durch eine für jede Holzart spezifische Eigenschaft charakterisiert werden. Die von A. K. CAJANDER <sup>2)</sup> aufgestellten Waldtypen, welche auf biologisch gleichwertigen Standorten vorkommen, werden in einer von dem Gehölz unabhängigen Weise gekennzeichnet. Indem man Beobachtungsbestände, die zu demselben Waldtypus gehören, in einer Entwicklungsreihe vereinigt, wird damit die Übereinstimmung bezüglich des Standortes gewonnen. In der folgenden Studie ist es jedoch nicht möglich gewesen, die betr. Standorte durch Waldtypen zu charakterisieren, da Beschreibungen über die Bodenvegetation der Probestellen meistens nicht vorhanden sind. Das einzige was in dem von mir angewandten Material über den Standort mitgeteilt wird, sind einige allgemeine Angaben über die geologische Beschaffenheit des Bodens und in einigen Fällen auch über das Humuslager und die Pflanzendecke <sup>3)</sup>. Da derselbe Waldtypus auf wesentlich verschiedener geologischer Unterlage,

<sup>1)</sup> Über die Mängel der forstlichen Standortsbonitierung in dieser Hinsicht siehe:

HENZE, A., Über Bonitäten und Bonitätenbildung. Tharander forstliches Jahrbuch. 52 Bd. 1902. S. 52 u. ff.

CAJANDER, A. K., Über Waldtypen. Helsingfors 1902. S. 163 u. ff.

VATER, Über die Anstellung waldbaulicher Versuche und über die Klassen der forstlichen Ertragstafeln. Tharander forstliches Jahrbuch. 63 Bd. 1912. S. 252 u. ff.

<sup>2)</sup> CAJANDER, A. K. a. A.

<sup>3)</sup> Mitteilungen der Schweizerischen Centralanstalt für das forstliche Versuchswesen IX Bd. Zürich 1907. S. 114 u. ff.

z. B. auf Moräne, Lehm und Torf, vorkommen kann,<sup>1)</sup> sind solche Beschreibungen für die Feststellung des biologischen Werts des Standortes ziemlich wertlos.

Schwieriger als betreffs des Standortes, ist bei der Aufstellung der Ertragstafeln auf dem indirekten Wege die Übereinstimmung der übrigen auf die Bestandsentwicklung einwirkenden Faktoren, speziell die frühere Behandlung, zu ermitteln. Der Verein deutscher forstlicher Versuchsanstalten hat diese Schwierigkeit dadurch zu überwinden versucht, dass derselbe die Untersuchungen auf geschlossene, s. g. normale Bestände beschränkt hat. Dabei scheint man vorausgesetzt zu haben, dass alle normalen Bestände desselben Standortes unter übereinstimmenden Bedingungen aufgewachsen sind, sodass man sie als Vertreter verschiedener Entwicklungsstufen desselben Einzelbestandes betrachten könnte. Die Normalität, wie sie in dem Arbeitsplan des Vereins der deutschen forstlichen Versuchsanstalten definiert wird<sup>2)</sup>, liefert jedoch nicht die nötigen Garantien in dieser Hinsicht. Man kann sich recht wohl zwei Bestände vorstellen, die in demselben Alter dieselbe Masse oder Grundfläche haben und auch im übrigen den Forderungen der Normalität entsprechen, und doch verschieden behandelt worden sind, so dass z. B. die Stammzahl des einen durch wiederholte starke Durchforstungen kleiner geworden ist als die des anderen. Es ist offenbar, dass solche Bestände auch in anderen Hinsichten von einander abweichen müssen, indem z. B. die Stämme des stärker durchforsteten Bestandes überhaupt grösser sind. Man ist auch nicht a priori berechtigt vorauszusetzen, dass sich diese früher unter verschiedenen Bedingungen aufgewachsenen Bestände, auch wenn sie späterhin derselben Behandlung unterworfen würden, übereinstimmend entwickeln, sondern ihre Entwicklung hängt davon ab, in welchem Grade die Lebensbedingungen der Bäume durch die verschiedene Behandlung sich

1) CAJANDER, A. K., Studien über die Moore Finnlands. Acta Forestalia Fennica. Bd 2. Helsingforsiae 1913. S. 85.

2) »Unter normalen Beständen sind solche zu verstehen, welche nach Massgabe der Holzart und des Standortes bei ungestörter Entwicklung auf grossen Flächen von mindestens 1 ha als die vollkommensten anzuerkennen sind. Gleichartigkeit muss bestehen in Standort, Alter, Schluss und Masse.« § 6 in dem vom Verein deutscher forstlicher Versuchsanstalten für die Aufstellung von Holzertragstafeln angenommenen Arbeitsplan, vereinbart bei den Beratungen der Vertreter forstlicher Versuchsanstalten zu Eisenach im März 1874. GANGHOFER, Das Forstliche Versuchswesen. Bd. I. S. 388. (Später ist die Fläche auf 0,25 ha festgesetzt).

verändert haben und wie gross die Nachwirkung ist. Die eventuelle Übereinstimmung der Masse oder der Grundfläche kann in solchen Fällen recht wohl dadurch entstanden sein, dass sich die Entwicklungslinien zufälligerweise schneiden, um dann wieder zu divergieren <sup>1)</sup>. Die Homogenität des Beobachtungsmaterials in Bezug auf die Bestandesbehandlung ist demnach durch das Zusammenführen lauter normaler Bestände nicht genügend gesichert <sup>2)</sup>.

Wenn mehrere mit längeren oder kürzeren (gewöhnlich 5-jährigen) Zwischenräumen wiederholte Messungen in den Beständen vorgenommen sind und die Bestände unterdessen einer gleichen Behandlung unterworfen waren, ist es leichter zu vermeiden, dass Bestände, die nur zufälligerweise eine Übereinstimmung zeigen, zu derselben Ertragsreihe gerechnet werden <sup>3)</sup>. Werden die Resultate der verschiedenen, in demselben Bestände vorgenommenen Messungen mit der Alter als Abszisse in einem Koordinatensystem eingetragen, so ist es möglich, indem man die durch die Punkte angegebene Entwicklungsrichtung <sup>4)</sup> der verschiedenen Bestände vergleicht, zu beurteilen, ob diese eine gleichförmige Entwicklung zeigen oder ob nur eine zufällige durch Schneiden der Entwicklungslinien entstandene Übereinstimmung vorliegt.

<sup>1)</sup> »Aus der Gleichheit der mittleren Höhe zweier Bestände in gleichem Alter folgt weder, dass sie diese Höhe in gleicher Weise erreicht haben, noch dass sie in gleicher Weise weiter wachsen werden. Dasselbe gilt auch für die Entwicklung der Masse«. VATER, Über die Anstellung waldbaulicher Versuche und über die Klassen der forstlichen Ertragstafeln. Tharander forstliches Jahrbuch. 63 Bd. 1912. S. 258.

<sup>2)</sup> »Und in der Tat belehrt uns das Studium des Grundlagenmaterials, dass diese unbestimmte Definierung des Normalitäts-Begriffes eine recht verschiedenartige Auffassung gefunden hat, so dass jenem mehrfach der Charakter der Gleichartigkeit genommen ist«. BRAZA, Seitherige Thätigkeit der deutschen forstlichen Versuchsanstalten in Bezug auf Beschaffung taxatorischer Hilfsmittel. In GANGHOFER, a. A. Bd. II. S. 306.

<sup>3)</sup> Die wiederholte Aufnahme der Beobachtungsbestände ist von C. und G. HEYER vorgeschlagen.

HEYER, C., Aufruf zur Gründung eines forststatistischen Vereins. Neue Jahrbücher der Forstkunde. 1846. S. 127 u. ff.

HEYER G., Ueber Aufstellung vom Holzertragstafeln. Allgemeine Forst- und Jagd-Zeitung. 1857. S. 329 u. ff.

<sup>4)</sup> Vereinigt man die Punkte, so erhält man s. g. Leitkurven. Die Anwendung derselben bei Aufstellung von Ertragstafeln rührt von LOREY her.

LOREY, Ertragsuntersuchungen in Fichtenbeständen. Allgemeine Forst- und Jagd-Zeitung. Suppl. XII Bd. 1 Heft. 1883. S. 30 u. ff.

Wenn von der Masse der Bestände oder den s. g. massenbildenden Faktoren: Grundfläche, Formhöhe u. a. die Rede ist, werden die Vorteile einer wiederholten Beobachtung jedoch grösstenteils dadurch aufgehoben, dass die Messungsfehler im Verhältnis zu den Veränderungen, die während der zwischen den Messungen verfließenden Zeit stattfinden, so gross sind, dass die durch die Resultate angegebene Entwicklungslinie oft einen sehr unregelmässigen, zickzackförmigen Verlauf zeigt<sup>1)</sup>. Es ist unter solchen Umständen recht schwer zu entscheiden, ob eine Divergenz in der Entwicklung der verschiedenen Bestände vorliegt.

Eine Übereinstimmung in der Masse oder Grundfläche trotz verschiedener Behandlung der Bestände ist, wie oben angedeutet, wohl möglich. Haben aber zwei gleich alte Bestände mit gleicher Standortbonität dieselbe Stammzahl pro Flächeneinheit, so kann mit grösserer Wahrscheinlichkeit eine gleichartige Behandlung der Bestände vorausgesetzt werden<sup>2)</sup>. Übereinstimmende Stammzahl bei verschiedener

1) Siehe z. B. Tafel I u. II in GANGHOFER, Das forstliche Versuchswesen. Augsburg 1884. Bd. II. S. 326 und EICHHORN, Ertragstafeln für die Weisstanne. Berlin 1902. Tafel 1. Die Höhenkurven zeigen einen weit regelmässigeren Verlauf, wie aus Tafel 2 in EICHHORNS a. A. hervorgeht.

2) Die Bedeutung der Stammzahl bei der Aufstellung von Ertragstafeln ist schon früher hervorgehoben. Siehe:

FAUSTMANN, Die Stammzahl in ihrem Verhältnisse zur Holzmasse der Bestände. Allgemeine Forst- und Jagd-Zeitung. 1855. S. 324. Es heisst: »Finden wir also *gleichaltrige* Bestände von gleicher Holz und Betriebsart, und gleich vollkommenem Bestandesschluss, *welche ungleiche Stammzahl besitzen*, so können wir mit Sicherheit unser Urtheil dahin abgeben, dass diese eine Folge *der ungleichen Standortsgüte oder Erziehungsweise* oder beider Verhältnisse zugleich ist».

Faustmann will daher die Stammzahl als Massstab der Standortsgüte benutzen. Da die Stammzahl jedoch besonders von der Begründungsart und Behandlungsweise abhängt, eignet sich dieselbe meines Erachtens besser zum Kriterium der Übereinstimmung in dieser Hinsicht.

In der Versammlung des Vereins deutscher forstlicher Versuchsanstalten zu Baden-Baden im Jahre 1880 wurde seitens einer Versuchsanstalt vorgeschlagen, Spezialerhebungen über die Stammzahl vorzunehmen. Als Bestimmungsgrund für die alsbaldige Vornahme der fraglichen Erhebungen führte der Referent sodann den Umstand an, dass dormalen noch ein bequem anwendbarer Massstab für die Bestimmung der Normalität der als Ertragstafel-Objekte aufzunehmenden Probestände mangle, während vielleicht die einmal festgestellten mittleren Stammzahlen einen diesbezüglichen Anhalt

Behandlung ist kaum anders zu erklären, als dadurch, dass die Zahl der Bäume ursprünglich sehr verschieden war, und dass der anfangs stammreichere Bestand stärker durchforstet worden ist. Eine solche Behandlung ist jedoch geeignet, die ursprünglich vorhandenen Verschiedenheiten in den Lebensbedingungen der Bäume immer mehr auszugleichen und berechtigt uns deshalb zur Annahme, dass die Entwicklung späterhin gleichförmig verlaufen wird, was durchaus nicht immer betreffs normaler Bestände vorausgesetzt werden kann. Es scheint mir, als hätte man in den Untersuchungen der Bestandesentwicklung die Stammzahl allzuwenig beachtet <sup>1)</sup>. Es wird zwar angeführt, dass die Stammzahl allzu veränderlich ist, als dass man ihr bei der Bearbeitung eine grössere Aufmerksamkeit widmen könnte. Dieses dürfte aber ein Missverständnis sein. Werden unter verschiedenen Lebensbedingungen aufgewachsene Bestände vereinigt, was — wie früher hervorgehoben wurde — sehr gut möglich ist, obgleich alle Bestände als normal zu betrachten sind, so können die Variationen der Eigenschaften, die nur in einer Richtung von der Behandlung beeinflusst werden, natürlich recht gross sein. Die Stammzahl pro Flächeneinheit ist eine solche Eigenschaft. Durch starke Durchforstungen wird sie immer vermindert, und ein Ersatz, wie er durch einen grösseren Zu-

zu bieten vermöchten. GANGHOFER, Das Forstliche Versuchswesen. Augsburg 1881. Bd. I. S. 462.

SCHUBERG, Das Gesetz der Stammzahl und die Aufstellung von Wald-ertragstafeln. Forstwissenschaftliches Centralblatt. 1880. S. 212.

1) Die Stammzahl wird oft sogar aus der Beziehung  $N = \frac{G}{g}$  ermittelt. (Es bedeuten N die Stammzahl pro Flächeneinheit, G die ausgeglichene Grundfläche des Bestandes und g die ausgeglichene Grundfläche des Mittelstammes). Siehe WEISE, Ertragstafeln für die Kiefer. Berlin 1880. S. 81. EICHHORN, F., Ertragstafeln für die Weisstanne. Berlin 1902. S. 43.

Auch in für verschiedene Schlussgrade aufgestellten Ertragstafeln sind die Stammzahlen unbeachtet geblieben! SCHIFFEL, A., Wuchsgesetze normaler Fichtenbestände. Mitteilungen aus dem forstlichen Versuchswesen Österreichs. XXIX Heft. S. 26. Wien 1904. »Bei jeder Unterbrechung des Schlusses vermindert sich die Stammgrundfläche des Hauptbestandes; es ist daher die Grundfläche ein Masstab des Schlussgrades. — — — Der Grad des Schlusses ist von den Bestandesdimensionen und von der Stammzahl unabhängig, — — —»

Die von SCHUBERG in »Aus deutschen Forsten. Mitteilungen über den Wuchs und Ertrag der Waldbestände in Schluss und Lichtstande I. Tübingen 1888, II Tübingen 1894«, ausgeschiedenen Schlussgrade sind dagegen auf Grund der Stammzahl bestimmt. Siehe a. A. I. S. 93 u. ff.

wachs der übriggebliebenen Bäume in Bezug auf Grundfläche und Masse bewirkt wird, findet hier nicht statt. Höchst wahrscheinlich beruht die Ansicht von der grossen Veränderlichkeit der Stammzahl gerade darauf, dass man verschieden behandelte Bestände vereinigt hat.

Einen positiven Beweis dafür, dass die Bestände unter gleichartigen Verhältnissen aufgewachsen sind, liefert die konstatierte Übereinstimmung zwischen der Stammzahl pro Flächeneinheit bei entsprechendem Alter natürlich nicht. Dagegen können grosse Abweichungen in dieser Hinsicht als Zeichen einer Verschiedenheit in den Entwicklungsbedingungen gelten. Ich habe daher in der folgenden Studie auch nicht die Stammzahl allein betrachtet, um zu entscheiden, ob die Bestände unter gleichartigen Verhältnissen aufgewachsen sind, sondern diese Frage ist im Zusammenhang mit der Bearbeitung des Materials einer detaillierteren und eingehenderen Prüfung unterworfen.

In einer Untersuchung des Massenzuwachses kann die mit dem Alter variierende Eigenschaft bei jeder Beobachtung durch eine Zahl vollständig charakterisiert werden, und es ist demnach leicht die individuellen Verschiedenheiten zwischen den Beobachtungsbeständen dadurch zu eliminieren, dass man eine rechnerische oder graphische Ausgleichung vornimmt. Handelt es sich dagegen darum, die Veränderungen zu beobachten, die sich in der Verteilung der Bäume auf Grössen- resp. Durchmesserklassen äussern, so ist es schwer die betreffende Eigenschaft in einer für die statistische Untersuchung geeigneten Weise anzugeben.

Bei den Messungen, die der Ermittlung der Bestandsentwicklung zu Grunde gelegt werden, — sie mögen auf den Massenzuwachs allein oder, wie in dieser Studie, auf eine eingehendere Kenntnis der Veränderungen, die die Bestände mit zunehmendem Alter erleiden, gerichtet sein, — werden die Bäume nach dem Brusthöhendurchmesser in 1—4 cm weite Grössenklassen eingeteilt. Das Ergebnis dieser Messungen, in der folgenden Studie »die Stammverteilungsreihe« genannt, eignet sich jedoch nicht als solches zum Gegenstand einer vergleichenden Untersuchung. Vorausgesetzt, dass eine vollständige Übereinstimmung hinsichtlich des Standortes und der übrigen auf die Bestandsentwicklung einwirkenden Faktoren vorläge, so ist doch die Frequenz der verschiedenen Diameterklassen nicht nur von dem Alter, sondern auch von der Flächenausdehnung des Bestandes abhängig. Wird das Resultat pro Hektar umgerechnet und wird die Frequenz der verschiedenen Klassen im Verhältnis zur ganzen Anzahl der Bäume reduziert, so erhält man eine reduzierte Stammverteilungsreihe, die sowohl von der Fläche des

Bestandes, als auch von der mit dem Alter variierenden Stammzahl pro Flächeneinheit unabhängig ist. Eine solche Reihe ist auch auf Grund der zahlreichen Klassen mit wechselnder Frequenz, die sie gewöhnlich umfasst, sehr wenig übersichtlich.

Grössere Übersichtlichkeit gewinnt man, wenn man, wie GUTTENBERG<sup>1)</sup> und SCHUBERG<sup>2)</sup> die reduzierten Stammverteilungsreihen in der Form von Diagrammen mit dem Durchmesser als Abszisse und der entsprechenden relativen Frequenz als Ordinate darstellt. Vereinigt man die Endpunkte der Ordinaten, so erhält man ein s. g. Liniendiagramm, das die Stammverteilung des Bestandes darstellt. Die die Ordinatenendpunkte vereinigende gebrochene Linie hat gewöhnlich einen unregelmässigen Verlauf, infolge einer auf unausgeglichenen Zufälligkeiten beruhenden Anhäufung in einigen und eines Mangels in anderen Klassen.

In jüngeren und mit grosser Stammzahl ausgestatteten Beständen kann die gebrochene Linie relativ leicht und sicher mit einer kontinuierlichen Kurve graphisch ausgeglichen werden, welche die Stammverteilung des Bestandes darstellt, wie dieser sich von Zufälligkeiten ungestört gestaltet hätte. In solchen Fällen dagegen, wo die ursprüngliche Stammverteilung eine relativ kleine Zahl von Individuen umfasst, springen die Punkte, die die Frequenz der verschiedenen Klassen angeben, so stark, dass ein Ziehen der ausgleichenden Stammverteilungskurve äusserst willkürlich, zuweilen fast unmöglich wird<sup>3)</sup>. Die oben beschriebene graphische Darstellung der Stammverteilungsreihe begrenzt ausserdem in recht hohem Grade die Möglichkeit einer statistischen Bearbeitung, in dem eine interpolatorische Bestimmung der Stammverteilung der Altersklassen, über welche Beobachtungen nicht vorliegen, sowie ein Ausgleich der individuellen Schwankungen

<sup>1)</sup> GUTTENBERG, A. v., Holzmesskunde in LOREYS Handbuch der Forstwissenschaft. III Bd. Tübingen 1903. S. 228.

<sup>2)</sup> SCHUBERG, K., Mitteilungen über den Wuchs und Ertrag der Waldbestände im Schluss und Lichtstande. I. Die Weisstanne. Tübingen 1888. Fig. 6.

<sup>3)</sup> Siehe FLURY PH., Einfluss verschiedener „Durchforstungsgrade auf Zuwachs und Form der Fichte und Buche. Mitteilung der Schweizerischen Centralanstalt für das forstliche Versuchswesen. VII Bd. Zürich 1903. Tafel Ia.

HOLCK, F. E., Optegnelser om nogle Prøveflader i Bøg paa Odsherreds Skovdistrikt. Tidsskrift for Skovbrug. 3 Bd. Kjøbenhavn 1879. S. 185. Tab. III.

der verschiedenen Bestände, mangels eines die ganze Frequenzreihe wiedergebenden Ausdrucks, getrennt für jede Durchmesserstufe erfolgen muss<sup>1)</sup>. Trotz der Anschaulichkeit, die die graphische Darstellung der Stammverteilungsreihe bietet, ergeben sich doch bei der Bearbeitung bedeutende Schwierigkeiten.

FEKETE<sup>2)</sup> hat in seiner Untersuchung über Fichtenbestände anstatt direkt mit den reduzierten Stammverteilungsreihen zu operieren, dieselben in der Weise charakterisiert, dass er den Durchmesser des Mittelstammes und die Galtonschen Dezilen<sup>3)</sup> der Verteilungsreihen in absoluten Massen (cm.) angibt. SCHIFFEL,<sup>4)</sup> der die Untersuchungen Feketes berücksichtigt, hat, um einen Vergleich zwischen Reihen mit verschiedenen absoluten Werten zu ermöglichen, die Dezilen mit dem Durchmesser des Mittelstammes als Einheit ausgedrückt. Hierbei erwies es sich, dass man für alle von FEKETE angegebenen Verteilungsreihen ungefähr übereinstimmende Werte für die entsprechenden Dezilen erhält. SCHIFFEL berechnet dann die Mittelwerte dieser relativen Dezilen, und verwendet diese Mittelwerte zur Charakteristik der Stammverteilungskurve in normalen Fichtenbeständen. Zugleich teilt er einen analytischen Ausdruck für die Dezilen, resp. Perzentilen mit, die in der angegebenen Weise ausgedrückt sind, sowie eine graphische Darstellung der Dezilkurve, welche eine typische ogive Form aufweist. Sie wird in den Untersuchungen SCHIFFELS in einer von der gewöhnlichen abweichenden Lage mit den Stammzahlprozenten als x-Achse und den relativen Dezilen als Ordinaten reproduziert.

Sowohl das Resultat der Feketeschen Untersuchung, nämlich dass, wenn die Bestände gleiche Mitteldurchmesser haben, auch die Dezilen übereinstimmen, als auch die Äusserung SCHIFFELS:<sup>5)</sup> »Professor Fekete hat eine praktische Verwertung seiner Forschungsergebnisse vorläufig nicht ins Auge gefasst«, lassen vermuten, dass FEKETE nur eine Untersuchung über die Durchmesservariation in gleichaltrigen Beständen be-

1) Siehe GERHARDT, E., Die theoretische und praktische Bedeutung des arithmetischen Mittelstammes. Meiningen 1901. S. 53 u. Diagramm 18.

2) FEKETE, Erdészeti kiséletek. Selmechanya 1902.

3) Über die Dezilen und Perzentilen siehe z. B. YULE, G. UDNV, An introduction to the Theory of Statistics. London 1912. S. 150.

4) SCHIFFEL, A., Über die gesetzmässigen Beziehungen der Massenfaktoren in normalen Fichtenbeständen. Mitteilungen aus dem Forstlichen Versuchswesen Österreichs. XXIX Heft. Wien 1914. S. 91 u. ff.

5) SCHIFFEL, A., Über die gesetzmässigen Beziehungen. S. 9.

absichtigt hat, und in solchen Fällen können bekanntlich die Dezilen gute Dienste leisten. SCHIFFEL hat dagegen eine Ermittlung der Stammverteilung, um die Berechnung der Masse und des Wertes der Bestände zu ermöglichen, als Ziel seiner Untersuchung angegeben.<sup>1)</sup> In diesem Falle sind die Dezilen und der Durchmesser des Mittelstammes ein nicht zweckmässiger Ausdruck für die Stammverteilung im Bestande. Es ist nämlich mit grosser Schwierigkeit verbunden, von den Mittelstammdimensionen und den Dezilen auf die entsprechende Stammverteilungsreihe mit äquidistanten Diameterklassen überzugehen<sup>2)</sup>, und gerade diese ist von praktischer Bedeutung, sowohl für die Massen- als auch für die Wertermittlung. SCHIFFEL hat zwar selbst in seiner Untersuchung die Durchmesser des Klassenmittelstammes mit dem Mittelstamm des ganzen Bestandes als Einheit unter der Voraussetzung angegeben, dass 5 bis 3 Klassen mit gleich grosser Stammzahl in den Beständen gebildet werden. Aber obgleich eine solche Klassifizierung allgemein für die Massenberechnung der Bestände angewendet wird, eignet sie sich doch nicht für eine Wertberechnung, und gibt auch keine so vielseitige Aufklärung über den Bestand wie die ausgeglichene Stammverteilungsreihe in einer bei der Bestandsaufzählung gewöhnlichen Form. Gegen eine Anwendung der zehn Dezilen bei der Charakterisierung der Stammverteilungsreihe spricht auch der Umstand, dass sie, obgleich in geringerem Grade als die reduzierte Verteilungsreihe als solche, bei einer statistischen Untersuchung doch unbequem sind.

Um die oben erwähnten Schwierigkeiten zu vermeiden, muss die Stammverteilungsreihe durch zahlenmässige Parameter charakterisiert werden, die einen Übergang von den Charakteristiken zu der ausgeglichenen Stammverteilungsreihe ermöglichen. Bei den statistischen

<sup>1)</sup> SCHIFFEL, A., a. A. S. 4.

<sup>2)</sup> YULE, a. A. S. 153 sagt: »But if, in the case of a measurable character, the percentiles are used not merely as constants illustrative of certain aspects of the frequency-distribution, but entirely to replace the table giving the frequency-distribution, serious inconvenience may be caused, as the application of other methods to the data is barred — — — But given only the percentiles, or at least so few of them as the nine deciles, he cannot pass back to the frequency-distribution, and thence to other constants, with any degree of accuracy — — —».

Es ist mir darum unmöglich gewesen, einen Vergleich zwischen den Stammverteilung in den von Fekete und Schiffel untersuchten Beständen einerseits und der von mir bearbeiteten schweizerischen Fichtenbeständen andererseits vorzunehmen.

Untersuchungen werden Variationsreihen gewöhnlich durch Angabe der Position charakterisiert, d. h. durch Angabe des Wertes der veränderlichen Eigenschaft, um die die Varianten sich zu gruppieren scheinen, und die sozusagen den Typus der variablen Eigenschaft darstellt, und ferner durch Angabe der Streuung um den typischen Wert. Der all-gemeinste und geeignetste Typenwert ist das arithmetische Mittel und als das beste Mass für die Streuung hat sich die s. g. Standardabweichung oder die Dispersion erwiesen. Im allgemeinen genügen jedoch nicht das Mittel und die Dispersion um die Variationsreihe mit so grosser Genauigkeit zu charakterisieren, dass es möglich wäre, aus diesen und der Variantenanzahl die den gegebenen Werten der variablen Eigenschaft entsprechende Frequenz zu berechnen. Dieses ist nur dann möglich, wenn die Individuen der Reihe sich in den verschiedenen Klassen in Übereinstimmung mit der allgemeinen Fehlerverteilung gruppieren <sup>1)</sup>. Reihen, welche, wie die Stammverteilung, die Grössen-Variationen der unter hauptsächlich gleichen Verhältnissen aufgewachsenen Individuen angeben, zeigen zwar oft eine auffallend grosse Übereinstimmung mit der allgemeinen Fehlerverteilungsreihe, eine Übereinstimmung, die oft grösser ist, je gleichartiger die in der Reihe vorkommenden Individuen sind. So augenscheinlich aber die Übereinstimmung in der Hauptsache zwischen den biologischen Variationsreihen und der Fehlerverteilung auch ist, so kommen doch oft, ausser rein zufälligen, auch systematische Abweichungen vor, indem die Reihe asymmetrisch ist, das heisst eine ungleich grosse Individuenzahl sowie eine ungleiche Ausdehnung zu beiden Seiten des Durchschnittswertes aufweist. Auch kommt es vor, dass sie eine vom Normalen abweichende Anzahl von Individuen in den dem Durchschnittswerte zunächst liegenden Klassen hat.

Wenigstens in einigen Fällen ist das oben Gesagte auch betreffs der Stammverteilung zutreffend. Betrachtet man z. B. die von SCHU-

---

<sup>v</sup><sub>v</sub> 1) ŽIŽEK, F., Die statistischen Mittelwerte. Leipzig 1908. S. 157.

»Die Mittelwerte aus solchen Reihen können auch durch besondere Werte ergänzt werden, welche die Dispersion der betreffenden Reihen um ihre Mittelwerte kennzeichnen. Am zutreffendsten können in dieser Richtung Reihen gekennzeichnet werden, deren Glieder sich dem Zufallsgesetze gemäss symmetrisch um den Mittelwert gruppieren. Die Angabe des Mittelwertes und die Kenntnis eines Dispersionsmasses, wie z. B. der mittleren oder wahrscheinlichen Abweichung, genügen in einem solchen Falle, um die Reihe in ihrem Gange zu charakterisieren.»

BERG <sup>1)</sup> und GUTTENBERG <sup>2)</sup> mitgeteilten Diagramme über die Stammverteilung, so ist die Übereinstimmung mit der Fehlerverteilungsreihe in allgemeinen Zügen ganz auffallend und diese Übereinstimmung ist auch früher in der Litteratur hervorgehoben worden <sup>3)</sup>. Eine ganz oberflächliche Untersuchung gibt aber schon so grosse Abweichungen an die Hand, dass man die Stammverteilung durch die Fehlerverteilungsfunktion nicht mit genügender Genauigkeit charakterisieren kann. Eine negative Asymmetrie, die schon GRAM <sup>4)</sup> bei der Stammverteilungsreihe von dänischen Buchenbeständen konstatiert, tritt auch in den von SCHUBERG untersuchten Tannenbeständen und den von GUTTENBERG mitgeteilten Diagrammen über die Stammverteilung in Fichten- und Kieferbeständen auf.

Teils um einen orientierenden Überblick der Stammverteilung des bei dieser Studie benutzten Materials zu erhalten, teils um festzustellen, wie sich die Stammverteilung in demselben zu der allgemeinen Fehlerverteilung verhält, habe ich für jeden Bestand die Stammverteilung in Diagrammen aufgezeichnet, an denen die Abszisse die Abweichungen der Durchmesserklassen von dem Mitteldurchmesser mit der Dispersion als Einheit angibt, und die Ordinate die Stammzahl in den Durchmesserstufen, durch Multiplikation mit  $\frac{5}{N\sigma}$  <sup>5)</sup> in ein relatives Mass übergeführt, darstellt. Die Diagramme werden dadurch unabhängig von den absoluten Werten der Stammzahlen und dem Durchmesser, die mit dem Alter, Standorte und der Behandlungsweise der Bestände wechseln, ver-

1) SCHUBERG, a. A.

2) GUTTENBERG, a. A.

3) GRAM, J. P. Om Beregning af en Bevoxnings Masse ved Hjælp af Prøvetræer. Tidsskrift for Skovbrug. Kjøbenhavn 1863. VI Bd. S. 154 u. ff.

4) GRAM, J. P., a. A. S. 165. »Navnlig de to sidste Kurver vise en bestemt Afvigelse fra Feilkurven, i det Stammetallene for de tykkeste Klasser ere noget større, end de vilde være, hvis lagttagerne og Feilkurven stemte fuldstændig overens. Denne Omstændighed bevirker, at Feilkurven tilsyneladende bliver rykket formeget hen imod den Side, hvor de tykkeste Træer findes. . . Dette Fænomen vil man ikke saa sjældent finde, . . . » Siehe auch die graphische Darstellungen Tab. VI Fig. 2 und Tab. VII.

5) Es bezeichnen  $w$  die Klassenweite,  $N$  die Stammzahl und  $\sigma$  die Dispersion.

gleichbar <sup>1)</sup>. In die Diagramme ist die Fehlerverteilungskurve unter Anwendung derselben Masseneinheit eingezeichnet. Aus den erwähnten Diagrammen, welche für Bonität II und IV am Schluss der Abhandlung mitgeteilt sind, geht hervor, dass die Stammverteilungsreihe im allgemeinen negativ asymmetrisch ist, und ausserdem von der normalen Fehlerverteilung dadurch abweicht, dass die Anzahl der Individuen in der Nähe des Mittels kleiner ist als in der normalen Fehlerverteilungsreihe. Die Reihe hat einen negativen Excess.

Solche, von der normalen Fehlerverteilung abweichende Reihen sind seit der Zeit QUETELETS <sup>2)</sup> Gegenstand der Forschung gewesen und man war bemüht, sowohl das Entstehen der Asymmetrie zu erklären, die sehr gewöhnlich und auffälliger als der Excess ist, als auch einen Ausdruck für die Verteilung in solchen asymmetrischen Reihen zu finden. Diesen letzteren Teil der Aufgabe, welcher in diesen Zusammenhang von Bedeutung ist, hat FECHNER <sup>3)</sup> zu lösen versucht, indem er, von der Maximalfrequenz ausgehend, die Frequenzkurve in zwei Zweige mit verschiedener Dispersion geteilt hat. PEARSON <sup>4)</sup> wiederum hat verschiedene Typen der Frequenzkurven aufgestellt, die eine Darstellung der ungleichartigen empirischen Reihen ermöglichen. Das Problem, die Frequenzkurve für empirische Reihen derselben Art wie die in dieser Abhandlung vorkommenden, analytisch darzustellen, ist in einer allgemeingültigen

---

1) Über diese Darstellung von Variationsreihen unter Anwendung s. g. Normalkoordinaten siehe:

CHARLIER, C. V. L., Grunddragen af den matematiska statistiken, Lund 1910. S. 56.

JOHANNSEN, W., Elemente der exakten Erblichkeitslehre. 2 Aufl. Jena 1913. S. 78 u. ff.

2) QUETELET, Lettres sur la theorie des probabilités. Bruxelles 1869.  
—, —, Physique sociale. 1869.

3) FECHNER, G. F., Kollektivmasslehre, im Auftrage der Königlichen Sächsischen Gesellschaft der Wissenschaften herausgegeben von GOTTL. FRIEDR. LIPPS. Leipzig 1897, S. 69 u. ff.

4) PEARSON, K., Contributions to the Mathematical Theory of Evolution. Philosophical Transactions of the Royal Society of London. vol. 185 A. 1894. S. 71—110; vol. 186. A. 1895. S. 343—414; vol. 191. A. 1898. S. 229—311.

Über die Pearsonsche Kurven siehe:

ELBERTON PALIN, W., Frequency-curve and correlation. London 1906. S. 36 u. ff.

Weise von CHARLIER <sup>1)</sup> gelöst. Von der Hagenschen Theorie der Elementarfehler <sup>2)</sup> als Ursache der Differenzierungen ausgehend, hat er nachgewiesen, dass die Frequenzkurve zwei verschiedene Formen annehmen kann <sup>3)</sup>, die von ihm Fehlerverteilungskurve der Typus A und B genannt sind, und dass keine andere Verteilungskurven durch die Einwirkung von Elementarfehler entstehen können, als solche, die sich durch Addition der obengenannten ergeben. <sup>4)</sup> CHARLIER hat ferner gezeigt, dass, wenn die Variation nicht bei einem bestimmten Wert der variablen Eigenschaft diskontinuierlich begrenzt ist, die Frequenzkurve von Typus A entsteht, die immer durch den Ausdruck <sup>5)</sup>

<sup>1)</sup> CHARLIER, C. V. L., *Researches into the Theory of Probability*. Lunds Universitets Årsskrift N. F. Afd. 2. Bd. 1. N:o 5. Lund 1906.

Über die Darstellung von Variationskurven siehe auch:

EDGEWORTH, F. Y., *The Law of Error*. Transactions of the Cambridge Philosophical Society. Vol. XX. 1905. S. 36—65 u. 113—141.

EDGEWORTH, F. Y., *The generalised Law of Error, or Law of Great Numbers*. Journal of the Royal Statistical Society. Vol LXIX, 1906. S. 497—539.

(CHARLIER ist doch von allgemeiner gehaltenen Voraussetzungen ausgegangen als E., der annimmt, dass keine Korrelation zwischen den Elementarfehlern vorkommt.)

KAPTEYN, J. C., *Skew Frequency-curves in Biology and statistics*. Groningen 1903.

BRUNS, H., *Über die Darstellung von Fehlergesetzen*. *Astronomische Nachrichten*. 143 Bd. 1897.

—, *Warscheinlichkeitsrechnung und Kollektivmasslehre*. Leipzig und Berlin 1906. S. 96 u. ff.

LIPPS, L. F., *Die Theorie der Kollektivgegenstände in WUNDT*, *Philosophische Studien*. XVII Bd. 1901. S. 152.

THIELE, *Theory of Observation*. London 1903.

<sup>2)</sup> HAGEN, *Grundzüge der Wahrscheinlichkeitsrechnung*. 1837. S. 34 u. ff.

<sup>3)</sup> CHARLIER, C. V. L., *Über das Fehlergesetz*. *Arkiv för Matematik, Astronomi och Fysik*. Bd. 2. N:o 8. Stockholm 1905.

CHARLIER, C. V. L., *Die zweite Form des Fehlergesetzes*. *Arkiv för Matematik, Astronomi och Fysik*. Bd. 2. N:o 15. Stockholm 1905.

<sup>4)</sup> »Beyond these two forms (A u. B) no other frequency curves can occur, except those obtained through a superposition (addition) of several curves of the types A and B.» CHARLIER, C. V. L., *Researches into the Theory of Probability*. S. 6.

<sup>5)</sup> Es bezeichnen:  $x$  den Wert der variablen Eigenschaft;  $F(x)$  die entsprechende Frequenz;  $\varphi(x)$ ,  $\varphi''(x)$ ,  $\varphi^{(4)}(x)$ , die Ableitungen der Wahrscheinlichkeitsfunktion; und  $A_0, A_3, A_4 \dots$  Koeffizienten, die von  $x$  unabhängig sind.

$$(I) \quad F(x) = A_0 \varphi(x) + A_3 \varphi'''(x) + A_4 \varphi^{(4)}(x) + \dots$$

dargestellt werden kann <sup>1)</sup>.

Es besteht eine deutliche Analogie zwischen einer durch den Einfluss der Elementarfehler verursachten Verschiedenartigkeit und der Entstehungsart der Grössenvariationen der Bäume in einem vollständig geschlossenen reinen Waldbestand. Wären alle Bäume des Bestandes nach Anlagen und Eigenschaften gleich und wären sie unter ganz gleichartigen Bedingungen aufgewachsen, so würde keine Ursache zu einer verschiedenen Entwicklung vorliegen, sondern die Bäume müssten ihren Dimensionen nach vollständig übereinstimmen. Eine solche Gleichförmigkeit ist jedoch in der organischen Natur, wo die Erscheinungen so verschiedenartigen Einflüssen unterworfen sind, niemals vorhanden. Ursachen zu Unterschieden kommen natürlich auch während der langen Entwicklung der Waldbäume in unüberschbarer Anzahl vor. Die Bäume sind während dieser Zeit dem Einfluss einer grossen Menge wechselnder Faktoren unterworfen, wodurch einige Individuen in ihrer Entwicklung begünstigt und andere gehemmt werden. Dem Einflusse dieser Faktoren sind eben die Grössenvariationen der Individuen zuzuschreiben, welche in dem bezüglich der Lebensbedingungen der Bäume gleichartigsten Bestände auftreten.

Die Analogie zwischen der Einwirkung der sogenannten Elementarfehler und den wahrscheinlichen Ursachen der Grössenvariation der Bäume lässt auch eine Übereinstimmung zwischen der, unter Annahme der Elementarfehler als Ursache der Differenzierung, deduzierten Frequenzkurve vom Typus A und der Stammverteilungskurve vermuten, sowie, dass die Stammverteilungskurve, wie es der Fall mit vielen ande-

<sup>1)</sup> CHARLIER, C. V. L., Über die Darstellung willkürlicher Funktionen. Arkiv för Matematik, Astronomi och Fysik. Bd. 2. N:o 20. Stockholm 1905. S. 18.

»So oft das Fehlergesetz von Typus A — dem gewöhnlichen Typus — ist, kann die entsprechende Frequenzkurve mit Hülfe der Funktion  $\varphi(x)$  durch die Reihe (32) dargestellt werden».

Die infragestehende Funktion ist

$$\varphi(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(x-b)^2}{2\sigma^2}}$$

wo  $\sigma$  und  $b$  zwei Parametern bezeichnen.

Die Reihe (32) ist

$$F(x) = A_0 \varphi(x) + A_3 \varphi'''(x) + A_4 \varphi^{(4)}(x) + \dots$$

ren Frequenzkurven in der Biologie ist, durch den Ausdruck (I.) ausgedrückt werden kann. Ist dieses der Fall, so kann die Stammverteilungsreihe mit der erforderlichen Genauigkeit durch eine geringe Zahl von Charakteristiken definiert werden, von denen jede Einzelne geeignet ist, eine konkrete Vorstellung von der Beschaffenheit der Reihe zu geben. Es ist auch ein Übergang von den Charakteristiken zu der Stammverteilungskurve sehr einfach.

Bevor ich die Übereinstimmung zwischen der Frequenzkurve vom Typus A und der Stammverteilung in den Beständen empirisch prüfe, werde ich im Anschluss an die Darstellung CHARLIERS<sup>1)</sup> die Bestimmungen der Konstanten im Ausdruck (I) erörtern. Bezeichnet man die Momente<sup>2)</sup> der Kurve vom Mittel als Ausgangspunkt mit

$\mu_s$  ( $s = 0, 1, 2, 3, \dots$ ) sodass

$$\mu_s = \int_{-\infty}^{+\infty} (x - M)^s F(x) dx.$$

ist, so hat man folgende Beziehung<sup>3)</sup> zwischen den Koeffizienten im Ausdruck (I) und den Momenten:<sup>4)</sup>

$$\begin{aligned} A_0 &= \mu_0 \\ 3! A_3 &= -\mu_3 \\ 4! A_4 &= \mu_4 - 3\sigma^2\mu_0 \\ &\dots\dots\dots \end{aligned}$$

Anstatt dieser Koeffizienten werden folgende eingeführt:

$$\begin{aligned} \beta_3 &= \frac{A_3}{A_0 \sigma^3} \\ \beta_4 &= \frac{A_4}{A_0 \sigma^4} \\ &\dots\dots\dots \\ \beta_s &= \frac{A_s}{A_0 \sigma^s} = \frac{A_s}{\mu_0 \sigma^s} \\ &\dots\dots\dots \end{aligned}$$

1) CHARLIER C. V. L., *Researches*.

2) Über die Definition und Calculation der Momente siehe:

DAVENPORT C. B., *Statistical Methods with special Reference to Biological Variation*. 2 Ed. New York 1904. S. 19 u. 20.

ELDERTON PALIN W., *Frequency-Curves and Correlation*. London 1906. S. 13 u. ff.

3) CHARLIER C. V. L., Über die Darstellung willkürlicher Funktionen. S. 17.

4) Mit  $\sigma$  wird im Folgendem die Dispersion bezeichnet  $\sigma = \sqrt{\frac{\mu_2}{\mu_0}}$

und man erhält dann

$$(2) \quad F(x) = \mu_0 [\varphi(x) + \beta_3 \sigma^3 \varphi'''(x) + \beta_4 \sigma^4 \varphi^{(4)}(x) + \dots]$$

Um die Berechnung der Frequenz zu erleichtern, werden anstatt der Ableitungen der Wahrscheinlichkeitsfunktion die Ausdrücke

$$\begin{aligned} \varphi_0(x) &= \sigma \varphi(x) \\ \varphi_3(x) &= \sigma^3 \varphi'''(x) \\ \varphi_4(x) &= \sigma^5 \varphi^{(4)}(x) \end{aligned}$$

eingeführt.

Diese Ausdrücke können nämlich mit  $\frac{x - M}{\sigma}$  als Argument tabuliert werden.

Schreibt man anstatt (2)

$$(3) \quad \sigma F(x) = \mu_0 [\varphi_0(x) + \beta_3 \varphi_3(x) + \beta_4 \varphi_4(x) + \dots]$$

so wird die Berechnung der Zahl der Fälle, die einer gegebenen Abweichung der variablen Eigenschaft vom Mittel entsprechen, sehr einfach <sup>1)</sup>.

Die Koeffizienten  $\beta_3$  und  $\beta_4$  entsprechen den von JOHANNSEN <sup>2)</sup> angeführten Ausdrücken für »Schiefheit« und »Excess«. Zu jeder symmetrischen Kurve hat man die ungeraden Momente

$$\mu_s = \int_{-\infty}^{+\infty} (x - M)^s F(x) dx = 0, \quad (s = 1, 3, 5, 7 \dots)$$

und  $\beta_3$  und die in derselben Weise hergeleiteten höheren Charakteristiken verschwinden, erhalten aber bestimmte Werte, wenn die Kurve asymmetrisch ist. Die geraden Momente, die aus dem obenerwähnten Ausdruck für  $s = 2, 4, 6, 8 \dots$  berechnet werden, erhalten, falls die Kurve mit den normalen Fehlerverteilungskurven übereinstimmt, Werte, die die Koeffizienten  $A_4, A_6 \dots$  in dem Ausdruck (1) und

<sup>1)</sup> Die Ausdrücke  $\sigma \varphi_0$ ,  $\sigma^4 \varphi_3$  und  $\sigma^5 \varphi_4$  sind in CHARLIERS Researches tabuliert.

<sup>2)</sup> JOHANNSEN W., Elemente der exakten Erblchkeitslehre. 2. Aufl. Jena 1913. S. 244, 259.

demnach auch  $\beta_4, \beta_6 \dots$  entfernen, ihnen aber bestimmte Werte geben, falls die Verteilung der Elemente in der Reihe vom Normalen abweicht. Für jede vom Normalen abweichende Verteilungsreihe erhält man somit bestimmte Werte für die Koeffizienten der höheren Ableitungen der Fehlerfunktion in dem Ausdruck (2).

Da die ungeraden Ableitungen mit dem Argument  $\frac{x-M}{\sigma}$  ihre Vorzeichen wechseln, geben diese Glieder der Frequenzkurve eine asymmetrische Form, deren Grad von der Grösse und dem Vorzeichen der Koeffizienten  $\beta_3, \beta_5$  abhängt. Das Vorzeichen der geraden Ableitungen ist dagegen unabhängig von dem Vorzeichen des Ausdrucks  $\frac{x-M}{\sigma}$  wird aber je nach dem absoluten Wert verändert, so dass dasselbe für  $x$ -Werte, welche in der Nähe des Mittels liegen, negativ, und für weiter entfernte Werte, positiv ist. Diese Glieder verursachen also eine Höhenveränderung der Frequenzkurve. Durch verschiedene Werte der Koeffizienten  $\beta_3, \beta_4, \beta_5, \dots$  können Frequenzkurven, die sich an verschiedenartige Reihen anschmiegen, durch den Ausdruck (3) dargestellt werden.

Die Berechnung der Charakteristiken der Frequenzkurve erfolgt aus den s. g. Momenten der Verteilungsreihen. Man schreibt deshalb

$$\Sigma (x - M)^s F(x)w = \int_{-\infty}^{+\infty} (x - M)^s F(x)dx$$

was natürlich nur annähernd richtig ist. Diese Annäherung kann jedoch ohne Bedenken dort geschehen, wo die Klassenweite der empirischen Reihe nicht grösser als  $\sigma$  ist <sup>1)</sup>. Für grosse Klassenwerte sind besondere Korrekturen der geraden Momente nötig <sup>2)</sup>.

Die numerische Berechnung der Momente wird in hohem Grade erleichtert, wenn man die Abweichungen von einem provisorischen Ausgangspunkte berechnet, wozu man am besten den Klassenwert wählt, der approximativ dem arithmetischen Mittel am nächsten liegt. Es empfiehlt sich auch bei der numerischen Berechnung die Klassenweite als Ein-

1) CHARLIER C. V. L., Researches. S. 15.

2) Siehe:

SCHEPPARD, On the Calculation of the most Probable Values of the Frequency-Constants for Data arranged according to Equidistant Divisions of a Scale. Proceedings of the London Mathematical Society. Vol. XXIX. 1898. S. 353—380.

heit anzunehmen. Von den mit  $M_0$  als Ausgangspunkt berechneten Momenten, die mit  $\mu'_s$  bezeichnet werden, werden die relativen Momente

$$\nu'_s = \frac{\mu'_s}{\mu'_0} \quad (s = 0, 1, 2, 3 \dots)$$

bestimmt.

Die relativen Momente  $\nu_s$  vom Mittel gerechnet werden aus <sup>1)</sup>

$$\nu_s = \nu'_s - s b \nu'_{s-1} + \frac{s(s-1)}{2!} b^2 \nu'_{s-2} - \dots$$

erhalten, wo  $b = M - M_0$  ist.

Um die Übereinstimmung zwischen der aus obenerwähnten Ausdruck berechneten Frequenz und der Stammverteilung im Bestande zu prüfen, habe ich in die früher erwähnten Diagramme die aus den Ausdruck (3) berechnete Frequenzkurve unter Anwendung der Normalkoordinaten eingezeichnet.

Solche Diagramme sind für jeden untersuchten Bestand angefertigt worden. Eine Veröffentlichung aller dieser Diagramme, um eine Vorstellung von der Anwendbarkeit des Ausdrucks (3) zur Charakterisierung der Stammverteilungsreihe zu geben, dürfte aber nicht nötig sein. Um eine mehr oder weniger willkürliche Auswahl bei der Veröffentlichung zu vermeiden, sind alle Diagramme der Standortsklassen II und IV mitgenommen worden, während die der Standortsklassen I, III und V weggelassen worden sind. Die weggelassenen Diagramme zeigen keine Besonderheiten betreffs der Übereinstimmung zwischen berechneter und beobachteter Frequenz, was ja auch natürlich erscheint, da der Grad der Standortsgüte schwerlich irgend einen Einfluss auf diesen Umstand ausüben kann. Im allgemeinen werden die Beobachtungen durch die berechnete Kurve in erschöpfender Weise wiedergegeben. Es kommen zwar auch grosse Abweichungen zwischen beobachteter und berechneter Frequenz vor, wie aus den Diagrammen N:o 34c, 44c, 64b, 65b, 107a und 119a ersichtlich ist, aber diese Abweichungen haben keinen systematischen Charakter, sondern

<sup>1)</sup> ELDERTON PALIN W. Frequency-Curves. S. 17.

Über die Berechnung der Momente mit einem provisorischen [Ausgangspunkt siehe auch BRUNS, H., Wahrscheinlichkeitsrechnung] und Kollektivmasslehre. Leipzig und Berlin 1906. S. 246 u. 247.

können ganz gut von unausgeglichenen Zufälligkeiten herrühren. In einigen Fällen, namentlich in den Beständen 20 c, 23 b, 23 c, 34 a, 34 b, 44 c, 57 d, 58 b, 65 a und 107 c (siehe die entsprechenden Diagramme) scheint dagegen die beobachtete Frequenz auf eine grössere Asymmetrie hinzudeuten, als es die berechnete Kurve zeigt. Prüft man die Sache näher, ist es jedoch zweifelhaft, ob es sich hier wenigstens in allen Fällen um eine systematische Abweichung handelt. In den Beständen 20 c, 23 b, 34 a, 58 b, 65 a und 107 c wäre nämlich, wie aus den betreffenden Diagrammen ersichtlich ist, durch eine andere Gruppierung, z. B. durch Zusammenfassen je zweier Klassen von der kleinsten beginnend, eine bessere Übereinstimmung zwischen Berechnung und Beobachtung zu erreichen<sup>1)</sup>.

Für die richtige Beurteilung der betreffenden Abweichungen können folgende Umstände bei der Aufstellung der Diagramme von Bedeutung sein. Die berechnete Kurve ist auf Grund der aus der ursprünglichen Reihe mit 1 cm Klassenweite ermittelten Charakteristiken gezeichnet. Diese Reihe ist jedoch, wie schon aus der Tabelle I hervorgeht, äusserst unregelmässig und würde infolgedessen bei einer graphischen Darstellung keine Übersichtlichkeit gewähren. Um eine grössere Regelmässigkeit und dadurch eine bessere Übersichtlichkeit zu gewinnen, habe ich die beobachtete Frequenz nach einer Reihe, die durch Zusammenfassen von ursprünglichen Klassen entstanden ist, in den Diagrammen eingezeichnet.

Wie ich mich durch Probieren überzeugt habe, entstehen je nach dem beim Zusammenfassen der Klassen von der kleinsten, der grössten, der mittleren oder von irgend einer anderen Klasse ausgegangen wird<sup>2)</sup> oder je nach dem die Klassenanzahl mehrweniger stark reduziert wird, aus der ursprünglichen Reihe reduzierte Reihen, die oft eine verschiedene Übereinstimmung mit der berechneten Kurve zeigen, indem sie zuweilen auf eine grössere, zuweilen eine kleinere Asymmetrie hindeuten. Es wären somit die Abweichungen von Zufälligkeiten hervorgerufen. Dabei ist zu bemerken, dass, wenn die Charakteristiken für die verschiedenen reduzierten Reihen berechnet werden, die Werte derselben nicht mehr von einander abwei-

1) Über die Zusammenfassung der Klassen in einer Reihe oder die sogenannte Reduktion der Verteilungsreihe siehe FECHNER, Kollektivmasslehre. S. III.

2) FECHNER, a. A. S. 132. sagt, dass derart gebildete Reihen verschiedene Reduktionslage haben.

chen, als es nach den von Zufälligkeiten verursachten Variationen zu erwarten ist <sup>1)</sup>.

Es ist allerdings auch möglich, dass besonders in Fällen, wo  $\beta_3$  einen grossen Wert hat, wie z. B. in den Beständen 34 b und 44 c, die weggelassenen Glieder  $\beta_5 \varphi_5(x), \beta_7 \varphi_7(x), \dots$  bei der Konvergenz der Reihe (3) eine Rolle spielen. Es wäre vielleicht durch die Berücksichtigung mehrerer Glieder in dem Ausdruck (3) eine genauere Übereinstimmung zwischen beobachteter und berechneter Frequenz in jedem Einzelfalle zu erreichen.

Im Betracht der grossen zufälligen Schwankungen, die die Koeffizienten  $\beta_3$  und  $\beta_4$  unterworfen sind <sup>2)</sup>, wäre eine solche genaue Übereinstimmung doch bedeutungslos, da es sich in dieser Studie darum handelt, die Stammverteilung, wie sie sich im allgemeinen gestaltet, kennen zu lernen. <sup>3)</sup>

Kennt man die Stammzahl, den Mitteldiameter, die Dispersion, die Asymmetrie und den Excess, so ist damit die Stammverteilungskurve praktisch genommen vollständig bestimmt. Es ist mir deshalb zweckmässig erschienen, in dieser vergleichenden Untersuchung der Bestandesentwicklung die Stammverteilung durch die obenerwähnten Charakteristiken zu bestimmen, um durch eine statistische Untersuchung derselben einen Einblick in die Veränderungen zu gewinnen, die die Stammverteilungsreihen der Bestände mit zunehmendem Alter erfahren.

<sup>1)</sup> Siehe auch FECHNER, a. A. S. 127.

<sup>2)</sup> Siehe die Mittelfehler dieser Koeffizienten. Tabelle XII u. Tabelle XV.

<sup>3)</sup> PEARSON K., Skew Correlation and non-linear Regression. Drapers' Company Research Memoir II. London 1905. S. 9. — »we might easily on a random sample reach a 7:th or 8:th moment having half or double the value it actually has in the general population. Constants based on these high moments will be practically idle. They may enable us to describe closely an individual random sample, but no safe argument can be drawn from this individual sample as to the general population at large, at any rate so far as the argument is based on the constants depending on these high moments.»

## Das Material.

Die Voraussetzung dafür, dass die indirekte Methode mit Erfolg angewendet werden kann, um die Bestandsentwicklung festzustellen, ist, wie bereits bemerkt, dass das Beobachtungsmaterial so weit möglich homogen ist, das heisst, dass die Faktoren, von denen die untersuchte Erscheinung hauptsächlich abhängt, bei allen Beobachtungen übereinstimmen.

Um beurteilen zu können, ob diese Voraussetzung erfüllt ist, ist es von Wichtigkeit, dass die Beobachtungen, welche der Untersuchung zu Grunde gelegt werden, in Beständen gemacht werden, die bezüglich der auf die Bestandsentwicklung einwirkenden Faktoren in allen Einzelheiten so bekannt wie möglich sind.

Die durch das Studium solchen Materials gewonnenen Resultate können sodann als Richtschnur bei einer Ermittlung der Bestandsentwicklung dienen, die sich auf Beobachtungen in solchen Beständen gründet, über die eine so allseitige Kenntnis nicht erhalten werden kann.

Es schien mir darum zweckmässig, das Studium der Bestandsentwicklung auf Grund des Materials zu beginnen, das sich am besten für die indirekte Untersuchungsmethode eignet.

Trotz der zahlreichen Messungen, die besonders in Mittel-Europa gemacht worden sind, um den Entwicklungsgang der Waldbeständen zu ermitteln, ist nur wenig Material vorhanden, welches für das Studium der Frage nach der vorher angegebenen Methode geeignet wäre.

Die ursprünglichen Erhebungs-Resultate, die die Verteilung der Bäume auf Grössenklassen nach dem Brusthöhen-Durchmesser angeben, sind nämlich nur ausnahmsweise veröffentlicht. An zur Verfügung stehendem Material habe ich bearbeitet: in finnischen Fichten- und Kiefernbeständen gemachte Beobachtungen, die von SCHWAPPACH <sup>1)</sup>

---

<sup>1)</sup> SCHWAPPACH A., Die Kiefer. Wirtschaftliche und statistische Untersuchungen der Forstlichen Abteilung der Hauptstation des Forstlichen Versuchswesens in Eberswalde. Neudamm 1908.









N:o	Entstehungsart	Alter	Mittlere Höhe	Maximale Höhe	Mo	w	Stammzahl pro ha	Richtung der Abweichung	Stammzahl pro ha in Klassen, mit folgender, in Klassenweite w als Einheit ausgedrückten Abweichung von Mo												
									0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10		
66 b	Pfl.	26	10.4	11.8	10	I	5404	+	788	528 888	364 896	248 728	104 588	64 164	12 32						
66 c	Pfl.	33	13.2	15.0	12	I	4320	+	420	340 552	256 568	208 724	120 548	104 332	40 84	16 4	4				
69 a	Pfl.	25	8.8	10.6	7	I	12052	+	1616	1300 1904	612 2032	236 1536	92 1900	16 796	12						
69 b	Pfl.	30	11.8	14.8	10	I	7236	+	604	408 1024	176 1088	68 1384	24 1444	20 884	12 92	4 4					
69 c	Pfl.	35	14.9	18.2	12	I	6024	+	432	248 516	136 652	60 788	32 940	20 1076	16 864	8 208	8 20				
69 d	Pfl.	40	17.8	21.0	14	I	3536	+	224	184 348	132 408	64 428	32 476	24 544	12 424	12 176	12 24	4 4	4	4	
70 a	Pfl.	25	9.0	10.8	9	I	7168	+	956	596 1132	256 972	140 1004	44 684	8 428	4 560	4 380					
70 b	Pfl.	30	11.6	14.0	11	I	5516	+	608	328 776	176 900	120 876	44 852	20 528	— 224	— 60	4				
70 c	Pfl.	35	13.8	16.6	12	I	5320	+	576	368 632	208 660	108 712	96 728	40 604	16 396	4 136	— 32	4	4		
70 d	Pfl.	40	16.1	19.0	14	I	3716	+	256	260 492	120 480	100 508	60 520	40 472	8 284	— 100	4 4	4 4	4	4	
71 a	Pfl.	27	10.5	13.0	10	I	7556	+	604	400 800	240 1052	228 1016	56 1052	20 1052	16 576	4 440					
71 b	Pfl.	32	11.9	15.2	11	I	5560	+	540	356 680	308 748	204 840	156 748	92 536	36 236	20 40	20				
71 c	Pfl.	38	15.4	18.4	12	I	5048	+	440	356 556	220 584	220 556	176 604	108 604	76 328	52 108	16 24	20			
72 a	Pfl.	28	9.6	12.6	9	I	7180	+	984	596 948	416 948	212 836	160 976	80 540	24 460						
72 b	Pfl.	33	11.0	13.8	11	I	5212	+	604	404 716	296 720	216 728	140 616	108 472	56 108	8 20					
72 c	Pfl.	39	15.3	18.8	13	I	4620	+	408	300 472	188 540	156 496	152 592	68 552	60 356	28 204	12 28	— 4	4	4	
78 a	Pfl.	31	12.1	13.4	14	I	2456	+	276	196 260	176 204	156 188	92 240	56 196	48 212	32 96	4 24				
78 b	Pfl.	39	16.1	18.8	16	I	2288	+	200	164 196	152 200	152 152	104 176	60 176	52 148	36 172	28 64	20 28	8	8	
78 c	Pfl.	43	17.6	—	18	I	1972	+	172	124 168	140 180	108 168	56 144	64 160	40 140	28 140	8 52	28 48	4		
81 a	Pfl. & S	35	12.1	14.8	14	I	5308	+	184	128 232	72 432	20 476	24 668	4 816	4 764	— 768	— 532	— 168	— 12	4	4







veröffentlichten Daten von Kiefernbeständen in Preussen, die Erhebungen der schweizerischen Versuchsanstalt<sup>1)</sup> im über Fichtenbestände im schweizerischen Gebirge, sowie die von der genannten Anstalt ausgeführten Messungen an Fichtenbeständen im schweizerischen Hügelland.

Die letztgenannten Messungen entsprechen am besten den Ansprüchen, die oben an ein für die indirekte Untersuchungs-Methode geeignetes Beobachtungsmaterial gestellt wurden, und habe ich darum dieses der vorliegenden Studie zu Grunde gelegt.

Die Bestände, wo diese Messungen ausgeführt sind, kommen auf einem verhältnismässig kleinen Gebiete, an Orten in einer Höhe von höchstens 800 m über dem Meeresspiegel, vor. Innerhalb dieses Gebietes — schweizerisches Hügelland — weist die Fichte einen einheitlichen, von den übrigen schweizerischen Fichtenwäldern verschiedenen Charakter auf<sup>2)</sup>. Die überwiegende Anzahl der untersuchten Bestände ist Kulturbestand, der durch Saat oder Pflanzung entstanden ist, und es kann darum in der ursprünglichen Anzahl von Pflanzen auf die Flächeneinheit eine grössere Übereinstimmung zwischen den Beständen vorausgesetzt werden, als wenn sie durch natürliche Verjüngung entstanden wäre, wie es in der Regel der Fall ist mit den Fichtenbeständen, wo die übrigen obengenannten Messungen ausgeführt sind<sup>3)</sup>.

<sup>1)</sup> FLURY, P h., Ertragstabellen für die Fichte und Buche der Schweiz. Mitteilungen der Schweizerischen Centralanstalt für das forstliche Versuchswesen. IX Bd. Zürich 1907.

<sup>2)</sup> FLURY, a. A. S. 13, 48.

<sup>3)</sup> Das die ursprüngliche Individuenzahl auf die Bestandsentwicklung erheblich einwirkt, geht u. a. aus von KUNZE mitgeteilten Versuchsergebnisse hervor. Siehe z. B.

KUNZE, Ueber den Einfluss der Anbaumethode auf den Ertrag der Fichte. Tharander forstliches Jahrbuch. 47 Bd. 1897. S. 25. 52 Bd. 1902. S. 1 u. 57 Bd. 1907. S. 1.

SCHIFFEL, der die obengenannten im Bd. 52. mitgeteilten Versuchsergebnisse bespricht, sagt (SCHIFFEL, A., Wuchsgesetze normaler Fichtenbestände. Mitteilungen aus dem Forstlichen Versuchswesen Österreichs. XXIX Heft. Wien 1904, S. 5.): »Es folgt aus diesem Versuche mit grösster Sicherheit, dass für die Entwicklung von Fichtenjunghölzern bei gegebener Bonität in erster Reihe der Standraum massgebend ist, in welchem die Jugend erwächst. — In dieser gegebenen Bonität erziele ich in engständiger Erziehung im 41-jährigen Alter 126 m<sup>3</sup> Schaffholz mit einem Mittelstamme von 9,5 m Höhe und 7,9 cm Durchmesser, in weitständiger Erziehung 166 m<sup>3</sup> Schaffholz von 13,8 m Mittelhöhe und 14,6 cm mitlerem Durchmesser».

Die schweizerischen Beobachtungsbestände sind im allgemeinen Gegenstand wiederholter Messungen gewesen und in der Zwischenzeit auf gleiche Weise behandelt worden (Durchforstung nach B Grad), was natürlich in seiner Art zur Gleichartigkeit des Materials beigetragen hat.

Ein wichtiger, in gleicher Richtung wirkender Umstand ist auch der, dass so gut wie alle Beobachtungsflächen von ein und derselben Person ausgewählt, aufgenommen und durchforstet sind. Wenn man beachtet, dass irgendwelche Kenntnis über die frühere Behandlung der finnischen Bestände in der Regel nicht erhältlich ist, und dass in den preussischen Beständen verschiedene Durchforstungs-Grundsätze während der Beobachtungszeit angewendet sind <sup>1)</sup>, so tritt deutlich die grössere Zweckmässigkeit des schweizerischen Materials für die indirekte Untersuchungsmethode hervor.

Die Messungen selbst sind mit unübertroffener Genauigkeit ausgeführt. Jeder Baum in den in der Regel  $\frac{1}{4}$  Hektar grossen Probeflächen ist nummeriert und die Mess-Höhe — 1,3 m über den Boden — besonders bezeichnet, sowie auch die Richtung der beiden winkelrecht zu einander stehenden Durchmesser, die gemessen sind.

Die in dieser Studie angewendeten Erhebungs-Resultate und die übrigen Angaben gehen aus Tabelle I hervor.

---

<sup>1)</sup> SCHWAPPACH A. A.

## Klassifizierung der Standorte.

Die Entwicklung des Bestandes gestaltet sich sowohl bezüglich der Zuwachsgeschwindigkeit, als auch des absoluten Betrages, den die Dimensionen der Bäume und das Volumen des Bestandes erreichen, verschieden auf verschiedenen Standorten.

Bei einer Untersuchung der Bestandsentwicklung ist es darum notwendig, den Standort (Bonität) zu charakterisieren. Es ist schon früher hervorgehoben, dass die Standorts-Charakteristik in dieser Studie durch die Höhe der vorherrschenden Bäume erfolgen muss.

Wie aus der Tabelle I hervorgeht, sind die Messungen auf verschiedenen Standorten ausgeführt. Diese die verschiedenen Bonitäten angehenden Zahlen, — I für die beste, V für die geringste, — sind dieselben, wie sie in der Veröffentlichung der schweizerischen Versuchsanstalt angewendet sind.

Während diese Bonitierung indessen auf Grund der mittleren Höhe des Bestandes erfolgte, was ich aus früher angegebenen Gründen nicht für richtig halte, ist eine neue Bonitierung auf Grund der in Tabelle I angegebenen Maximalhöhen vorgenommen. Diese Höhen sind nach dem höchsten Probestamm der 5 nach URICHS Verfahren gebildeten Stammklassen angegeben. Unter solchen Verhältnissen kann man wohl annehmen, dass die angegebene Maximalhöhe die Höhe der vorherrschenden Bäume darstellt.

Um die Standortsbonität festzustellen, sind die Beobachtungsergebnisse von den verschiedenen Beständen in ein Diagramm <sup>1)</sup> eingezeichnet worden, mit dem Alter als Abszisse und der Maximalhöhe als Ordinate, sowie die Punkte vereinigt worden, die die Höhenwerte auf der gleichen Beobachtungsfläche zu verschiedenen Zeitpunkten angeben.

---

<sup>1)</sup> Von der Veröffentlichung dieses Diagrammes wurde jedoch wegen Raumersparnis Abstand genommen.

Wegen des starken Zusammenhangs, das zwischen Mittelhöhe und Maximalhöhe im Bestande herrscht, — der Korrelationskoeffizient dazwischen ist in diesem Material c:a 0.95 —, kann man in der Hauptsache übereinstimmende Resultate erwarten zwischen den von der schweizerischen Versuchsanstalt ausgeführten und dieser Bonitierung.

Die graphische Zusammenstellung zeigt jedoch in einem Teil von Beständen eine ansehnliche Abweichung von den für die Bonität allgemeinen Höhen. Die Angaben über die abweichenden Höhen folgen hier unten:

N:o 6. Die Höhe ist bei 6a c:a 3 m niedriger als die für die Bonität I allgemeine Höhe bei entsprechendem Alter. Bei 6b und 6c ist der Unterschied allerdings geringer, aber er unterschreitet doch mit bezw. 0,5 und 0,25 m die nächstliegenden Höhen für diese Bonität.

N:o 19. Sowohl 19a wie 19b sind c:a 7 m niedriger als die auf Grund der übrigen Bestände geschätzten Höhen für die Bonität I bei entsprechendem Alter.

N:o 24 ist von der Versuchsanstalt bezogen auf Bonität II, aber 24c hat eine der Bonität I entsprechende Höhe.

N:o 27. Die Höhe für 27a liegt an der oberen Grenze der Bonität III. 27b und 27c nähern sich Bonität I. 27d stimmt ziemlich mit der für Bonität II allgemeinen Höhe bei entsprechendem Alter überein.

N:o 32 stimmt bei 32a mit der für Bonität III allgemeinen Höhe überein. 32c und 32d liegen nur 0,6 m unter dem niedrigsten Werte von Bonität I.

N:o 37 zeigt eine bemerkenswert rasche Zunahme in der Höhe und der Wert für 37c stimmt mit der allgemeinen Höhe für Bonität I überein.

N:o 53. Die Höhe nähert sich der Höhe in Bonität I.

N:o 59. Die Höhen sind bedeutend niedriger als die allgemeine von Bonität II.

N:o 62 ist von der Versuchsanstalt auf Bonität II bezogen, stimmt aber besser mit Bonität I überein.

N:o 63. Ebenfalls.

N:o 69 zeigt eine für Bonität III, auf welche sie von der Versuchsanstalt bezogen ist, allzu rasche Höhenzunahme. 69c und d stimmen mit Bonität II überein.

N:o 81. Gleichfalls.

N:o 98 Die Höhe liegt ungefähr in der Mitte zwischen der für Bonitäten II und III gewöhnlichen.

N:o 101. Die Höhe ist grösser als für Bonität II, obwohl der Bestand zu Bonität III gerechnet ist.

N:o 106 scheint besser mit Bonität II übereinzustimmen, als mit III, worauf der Bestand von der Versuchsanstalt bezogen ist.

N:o 110 zeigt eine, von den übrigen zu Bonität IV gerechneten Beständen abweichende Höhenentwicklung.

N:o 112. Gleicherweise.

N:o 116 stimmt besser mit Bonität III als IV überein, auf welche sie von der Versuchsanstalt bezogen wurde.

Wie aus dem Obenstehenden hervorgeht, gibt es unter den von der Versuchsanstalt auf eine gewisse Bonität bezogenen Beständen solche, deren Maximalhöhe von den für die betreffende Bonität allgemein gültigen abweicht und die also danach nicht zu der inredestehenden Bonität zu rechnen wären.

Diese Abweichungen können jedoch, wenigstens teilweise, von zufälliger Variation abhängen, deren Einfluss wahrscheinlich recht gross sein kann, da die Maximalhöhe nach der Höhe eines Probestammes bestimmt wurde und Höhen-Unterschiede bei den vorherrschenden Bäumen in einem Bestande, wie bekannt, wohl vorkommen.

Es wäre daher kaum wohlüberlegt, auf Grund der abweichenden Maximalhöhe, einen Bestand einer anderen Standorts-Bonität zuzurechnen, als der von der Versuchsanstalt bestimmten.

Da die abweichende Maximalhöhe andererseits die Übereinstimmung hinsichtlich des Standortes zwischen diesen Beständen und den übrigen von der Versuchsanstalt zur selben Bonität zugerechneten zweifelhaft macht, so sind die obengenannten Bestände fortgelassen worden. Dadurch wird allerdings die Anzahl der Beobachtungen verringert, aber dieser Übelstand ist doch weniger lästig, als wenn heterogene Elemente in das Material hineingebracht würden.

Selbst nach diesen Fortlassungen kommen noch beträchtliche Höhen-Unterschiede zwischen den zur gleichen Bonität gehörenden Beständen vor, namentlich in der dritten, aber auch in der zweiten Bonität. Eine völlige Übereinstimmung ist natürlich niemals zu erreichen.

Die Verteilung der in folgender Bearbeitung beachteten Bestände nach Alter und Standorts-Bonität geht aus folgender Tabelle hervor:

Tabelle II. Verteilung der Bestände nach Alter und Bonität:

		Anzahl Bestände im Alter von						$\Sigma$
		—19 Jahre	20—39 Jahre	40—59 Jahre	60—79 Jahre	80—99 Jahre	100—120 Jahre	
Bonität	I .....		4	6	5	4	I	20
»	II .....	I	6	5	7	4	I	24
»	III .....		15	7	5			27
»	IV .....		5	4	1			10
»	V .....		2	3	6	2		13
	$\Sigma$ .....	I	32	25	24	10	2	94

## Der Mitteldurchmesser.

Dem früher angegebenen Plane gemäss hat diese Studie zum Ziel die Verteilung der Stämme auf Durchmesserklassen in gleichaltrigen Beständen und die Veränderungen, die diese Verteilung mit dem Alter aufweist, zu untersuchen. Bei der Berechnung der Charakteristiken der Stammverteilungsreihen sind alle zur Zeit der Observation im Bestande befindlichen Stämme beobachtet worden, ohne, wie es in den Bearbeitungen der schweizerischen Versuchsanstalt geschehen ist, einen Unterschied zwischen Haupt- und Nebenbestand zu machen. Eine besondere Aufzählung und Messung der Bäume für Haupt- und Nebenbestand — die notwendig sind, wenn die Beobachtungen als Material zur Kenntnis der Holzmasse, die bei Durchforstungen aus dem Bestande entfernt wird, dienen sollen — ist natürlich ganz zwecklos, wenn die Entwicklung des ganzen Bestandes und dessen Zusammensetzung aus Bäumen verschiedener Grössenklassen Gegenstand der Untersuchung ist.

Von den Charakteristiken der Stammverteilungsreihe: Arithmetisches Mittel, Dispersion, Asymmetrie und Excess, wird das erste, das Mittel, hier untersucht werden. Der Mitteldurchmesser und das Alter der verschiedenen Bestände gehen aus folgender Tabelle hervor, wo die Beobachtungen jeder Bonität nach dem Alter geordnet sind.

Wenn man, um eine Vorstellung von dem Verhältnis zwischen Durchmesser und Alter zu gewinnen, für jede Bonität ein Diagramm mit dem Mitteldurchmesser als Ordinate und dem entsprechenden Bestandestalter als Abszisse zeichnet, scheinen die Endpunkte der Ordinate um eine gerade Linie zerstreut zu liegen, was also darauf hindeutet, dass der Mitteldurchmesser der Bestände dem Alter proportional zunähme. Dieser allgemeine Charakter tritt in allen Bonitäten deutlich hervor, obgleich die nach den Beobachtungen berechneten Werte oft von der geraden Linie, die das Verhältnis zwischen Alter und Mitteldurchmesser darstellen könnte, beträchtlich abweichen. Diese konstante Zunahme des Mitteldurchmessers stimmt mit dem Resultat überein, zu dem die

Tabell III. Mitteldurchmesser. <sup>1)</sup>

N:o	Bonität	Alter Jahre	Mitteldurch- messer D cm	Mittlerer Feh- ler in D $\varepsilon(D)$ cm
2 a	I	28	14.025	0.119
2 b	»	33	15.180	0.136
3 a	»	35	15.611	0.148
2 c	»	38	16.386	0.157
3 b	»	40	18.488	0.183
8 a	»	40	15.344	0.191
8 b	»	43	18.098	0.191
2 d	»	44	17.912	0.183
3 c	»	46	20.157	0.223
8 c	»	52	20.484	0.231
12 a	»	64	25.669	0.354
14 a	»	70	26.512	0.451
12 b	»	72	28.439	0.413
12 c	»	77	30.990	0.439
14 b	»	79	29.622	0.513
14 c	»	83	32.888	0.555
15 a	»	85	36.318	0.675
16 a	»	93	32.738	0.628
15 b	»	94	40.126	0.749
16 b	»	107	37.366	0.738
20 a	II	19	6.798	0.054
20 b	»	23	8.769	0.059
23 a	»	25	8.828	0.082
23 b	»	29	11.283	0.092
20 c	»	30	10.473	0.079
23 c	»	36	13.495	0.126
34 a	»	37	11.277	0.120
34 b	»	42	13.786	0.150
44 a	»	44	14.899	0.183
34 c	»	48	15.854	0.190
44 b	»	50	17.623	0.224
44 c	»	57	19.816	0.281
57 a	»	63	20.654	0.242
58 a	»	65	20.589	0.252
57 b	»	68	22.698	0.267
58 b	»	70	22.192	0.269
57 c	»	74	23.795	0.292
64 a	»	75	28.630	0.416
58 c	»	76	23.251	0.302

<sup>1)</sup> Der angegebene Mittelfehler ist nach der Formel  $\varepsilon = \frac{\sigma}{\sqrt{N}}$ , worin  $\sigma$  die Dispersion, N die Anzahl der Beobachtungen bezeichnet, berechnet. Diese Berechnungsweise wird in der Statistik allgemein angewendet statt der streng genommen richtigen Formel  $\varepsilon = \frac{\sigma}{\sqrt{N-1}}$ .

N:o	Bonität	Alter Jahre	Mitteldurch- messer D cm	Mittlerer Feh- ler in D $\varepsilon(D)$ cm
57 d	II	80	25.541	0.328
58 d	»	82	25.361	0.353
64 b	»	86	30.802	0.454
65 a	»	93	29.790	0.438
65 b	»	102	31.909	0.496
66 a	III	22	7.299	0.055
70 a	»	25	6.881	0.060
66 b	»	26	8.997	0.062
71 a	»	27	7.361	0.061
72 a	»	28	7.403	0.062
70 b	»	30	8.885	0.062
78 a	»	31	12.738	0.142
71 b	»	32	9.403	0.076
72 b	»	33	9.692	0.075
66 c	»	33	10.754	0.084
70 c	»	35	9.791	0.074
71 c	»	38	10.432	0.093
86 a	»	39	11.278	0.099
72 c	»	39	11.007	0.095
78 b	»	39	14.774	0.174
70 d	»	40	11.704	0.090
78 c	»	43	16.473	0.185
90 a	»	44	13.318	0.138
86 b	»	45	13.082	0.123
92 a	»	45	15.439	0.159
95 a	»	46	13.743	0.150
92 b	»	48	16.460	0.175
90 b	»	50	15.497	0.175
86 c	»	52	15.027	0.167
95 b	»	54	16.313	0.193
92 c	»	57	18.309	0.223
90 c	»	57	17.541	0.226
107 a	IV	28	7.688	0.061
109 a	»	31	10.379	0.105
107 b	»	34	9.147	0.067
109 b	»	34	11.458	0.114
107 c	»	39	10.255	0.083
109 c	»	43	13.498	0.145
117 a	»	50	15.747	0.172
117 b	»	59	17.849	0.225
119 a	»	59	17.541	0.230
119 b	»	65	18.912	0.264
120 a	V	32	5.395	0.037
120 b	»	38	6.211	0.045
120 c	»	43	7.210	0.057
121 a	»	46	9.639	0.081
121 b	»	53	11.105	0.097

N:o	Bonität	Alter Jahre	Mitteldurch- messer D cm	Mittlerer Feh- ler in D $\varepsilon(D)$ cm
123 a	V	60	14,770	0,154
124	»	61	14,959	0,161
125 a	»	64	14,326	0,179
123 b	»	68	16,809	0,196
125 b	»	71	15,922	0,211
126 a	»	77	19,869	0,281
127	»	81	20,997	0,277
126 b	»	83	21,097	0,304

schweizerische Versuchsanstalt auf Grund ihres reichhaltigen Materials gekommen ist. In Bezug auf den Mitteldurchmesser wird nämlich gesagt: »Der laufende Durchmesserzuwachs [des Bestandes] kulminiert nach den Ertragstafeln verhältnismässig früh, bleibt dann aber lange Zeit hindurch ziemlich stationär, zumal bei der Buche und der Gebirgsfichte»<sup>1)</sup>, und aus den bezüglichen Angaben<sup>2)</sup> geht hervor, dass diese Kulmination in einem Alter von 15—25 Jahren eintritt. Die in der vorliegenden Studie beachteten Bestände befinden sich somit beinahe alle in einem Alter, wo die Kulmination schon eingetreten ist. Die darauf stattfindende gleichförmige Zunahme des Mitteldurchmessers kann dadurch erklärt werden, dass die durch Ausscheiden der schwächeren Stämme entstandene Zunahme des Mitteldurchmessers die mit dem zunehmenden Alter nach der Kulmination des Durchmesserzuwachses bei den einzelnen Bäumen stattfindende Abnahme der Jahresringbreite aufwägt.

Um einen Ausdruck für die Beziehung zwischen dem Bestandsalter und dem Mitteldurchmesser zu erhalten und dadurch eine Interpolation für die Altersklassen, worüber direkte Beobachtungen nicht vorhanden sind, zu ermöglichen, sind die Werte der unbekanntenen Konstanten  $x$  und  $y$  in der Gleichung einer geraden Linie

$$D = A x + y.$$

wo  $D$  den Mitteldiameter und  $A$  das Alter bezeichnen, nach der Methode der kleinsten Quadrate bestimmt.

<sup>1)</sup> FLURY, a. A. S. 234.

<sup>2)</sup> FLURY, a. A. S. 235.

Für die verschiedenen Bonitäten erhält man dann folgende Gleichungen um den, dem Alter  $A$  entsprechenden, ausgeglichenen Mitteldurchmesser  $D'$  zu berechnen:

Bonität	I	$D' = 0.34271 A + 3.535$
»	II	$D' = 0.31664 A + 1.050$
»	III	$D' = 0.31722 A - 0.223$
»	IV	$D' = 0.29617 A + 0.157$
»	V	$D' = 0.32615 A - 5.778$

In der Tabelle IV sind die aus der Stammverteilungsreihe berechneten Mitteldurchmesser mit entsprechenden ausgeglichenen Werten aus obenstehenden Gleichungen zusammengestellt.

Der Unterschied  $D - D'$  mit dem Mittelfehler in  $D$  verglichen, bietet eine Gelegenheit die Homogenität des Materials zu prüfen. Sind die untersuchten Bestände vollständig gleichartig sowohl in Bezug auf den Standort als auf übrige, auf die Bestandsentwicklung einwirkende Faktoren, und sind die Fluktuationen des Mitteldurchmessers folglich durch Zufälligkeiten verursacht, so können die Grenzen berechnet werden, binnen welchen die Differenz  $D - D'$  mit einer gegebenen Wahrscheinlichkeit liegen muss, vorausgesetzt, dass die gerade Linie den ausgeglichenen Werten des Mitteldiameters entspricht. Der nach den Beobachtungen im Bestande berechnete Mitteldurchmesser ist dann als ein Element in einer Reihe zufälliger Variationen, deren Mittel  $D'$  ist, zu betrachten. Praktisch liegen alle Elemente einer solchen Reihe innerhalb der Grenzen  $\pm 3 \varepsilon(D)$  vom Mittel, wo  $\varepsilon(D)$  den Mittelfehler bezeichnet. <sup>1)</sup> Eine Tabelle über die Fehlerverteilungsfunktionen ergibt

<sup>1)</sup> CZUBER E., Wahrscheinlichkeitsrechnung und ihre Anwendung auf Fehlerausgleichung, Statistik und Lebensversicherung. Leipzig und Berlin 1908. S. 362. »Sowie nur eine sehr geringe Wahrscheinlichkeit dafür besteht, dass der Fehler einer Beobachtung den dreifachen mittleren Fehler der betreffenden Beobachtungsart überschreiten werde, so ist auch anzunehmen, dass die Ausbreitung des Argumentgebietes eines Kollektivgegenstandes die sechsfache Streuung (Dispersion) nicht übertreffe.«

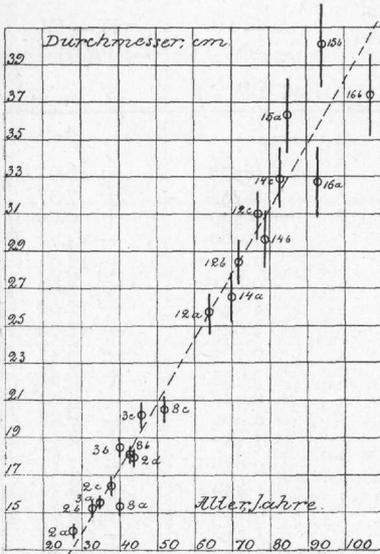
Die Anwendung  $\pm 3 \varepsilon$  als zulässige Variationsgrenze setzt voraus, dass die zu untersuchende Eigenschaft eine symmetrische und auch sonst eine der normalen Fehlerverteilungskurve ähnliche Frequenzkurve hat. Bezüglich des arithmetischen Mittels ist dies der Fall. Obgleich die Varianten eine schiefe Frequenzkurve haben, geht die Frequenzkurve des Mittels schon für

Tabelle IV. Beobachteter und ausgeglichener Mitteldurchmesser.

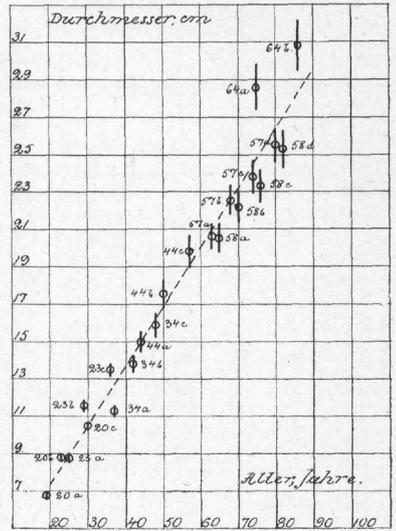
N:o	Bonität	Beobachteter Mitteldurch- messer D cm	Ausgegliche- ner Mittel- durchmesser D' cm	D - D' cm	$\frac{D - D'}{\varepsilon(D)}$
2 a	I	14.025	13.131	+ 0.894	+ 7.51
2 b	»	15.180	14.844	+ 0.336	+ 2.47
3 a	»	15.611	15.530	+ 0.081	+ 0.55
2 c	»	16.386	16.558	- 0.172	- 1.10
3 b	»	18.488	17.243	+ 1.245	+ 6.80
8 a	»	15.344	17.243	- 1.899	- 9.95
8 b	»	18.098	18.271	- 0.173	- 0.91
2 d	»	17.912	18.614	- 0.702	- 3.83
3 c	»	20.157	19.300	+ 0.857	+ 3.84
8 c	»	20.484	21.356	- 0.872	- 3.77
12 a	»	25.669	25.468	+ 0.201	+ 0.57
14 a	»	26.512	27.525	- 1.013	- 2.25
12 b	»	28.439	28.210	+ 0.229	+ 0.55
12 c	»	30.990	29.924	+ 1.066	+ 2.43
14 b	»	29.622	30.609	- 0.987	- 1.92
14 c	»	32.888	31.980	+ 0.908	+ 1.64
20 a	II	6.798	7.066	- 0.268	- 4.96
20 b	»	8.769	8.333	+ 0.436	+ 7.40
23 a	»	8.828	8.966	- 0.138	- 1.68
23 b	»	11.283	10.233	+ 1.050	+ 11.41
20 c	»	10.473	10.549	- 0.076	- 0.96
23 c	»	13.495	12.449	+ 1.046	+ 8.30
34 a	»	11.277	12.766	- 1.489	- 12.41
34 b	»	13.786	14.349	- 0.563	- 3.75
44 a	»	14.899	14.982	- 0.083	- 0.45
34 c	»	15.854	16.249	- 0.395	- 2.08
44 b	»	17.623	16.882	+ 0.741	+ 3.31
44 c	»	19.816	19.098	+ 0.718	+ 2.55
57 a	»	20.654	20.998	- 0.344	- 1.42
58 a	»	20.589	21.632	- 1.043	- 4.14
57 b	»	22.698	22.582	+ 0.116	+ 0.43
58 b	»	22.192	23.215	- 1.023	- 3.80
57 c	»	23.795	24.481	- 0.686	- 2.35
64 a	»	28.630	24.798	+ 3.832	+ 9.21
58 c	»	23.251	25.115	- 1.864	- 6.17
57 d	»	25.541	26.381	- 0.840	- 2.56
58 d	»	25.361	27.014	- 1.653	- 4.68
64 b	»	30.802	28.281	+ 2.521	+ 5.55
66 a	II	7.299	6.756	+ 0.543	+ 9.87
70 a	»	6.881	7.708	- 0.827	- 13.78
66 b	»	8.997	8.025	+ 0.972	+ 15.68
71 a	»	7.361	8.342	- 0.981	- 16.08
72 a	»	7.403	8.659	- 1.256	- 20.26
70 b	»	8.885	9.294	- 0.409	- 6.60
78 a	»	12.738	9.611	+ 3.127	+ 22.02

N:o	Bonität	Beobachteter Mitteldurch- messer D cm	Ausgegliche- ner Mittel- durchmesser D' cm	D - D' cm	$\frac{D - D'}{\epsilon(D)}$
71 b	III	9.403	9.928	- 0.525	- 6.91
72 b	»	9.692	10.245	+ 0.553	- 7.37
66 c	»	10.754	10.245	+ 0.509	+ 6.06
70 c	»	9.791	10.880	- 1.089	- 14.72
71 c	»	10.432	11.831	- 1.399	- 15.04
86 a	»	11.278	12.149	- 0.871	- 8.80
72 c	»	11.007	12.149	- 1.142	- 12.02
78 b	»	14.774	12.149	+ 2.625	+ 15.09
70 d	»	11.704	12.466	- 0.762	- 8.47
78 c	»	16.473	13.418	+ 3.055	+ 16.51
90 a	»	13.318	13.735	- 0.417	- 3.02
86 b	»	13.082	14.052	- 0.970	- 7.88
92 a	»	15.439	14.052	+ 1.387	+ 8.72
95 a	»	13.743	14.369	- 0.626	- 4.17
92 b	»	16.460	15.004	+ 1.456	+ 8.32
90 b	»	15.497	15.638	- 0.141	- 0.81
86 c	»	15.027	16.273	- 1.246	- 7.46
95 b	»	16.313	16.907	- 0.594	- 3.08
92 c	»	18.309	17.859	+ 0.450	+ 2.02
90 c	»	17.541	17.859	- 0.318	- 1.41
107 a	IV	7.688	8.450	- 0.762	- 12.49
109 a	»	10.379	9.338	+ 1.041	+ 9.91
107 b	»	9.147	10.227	- 1.080	- 16.12
109 b	»	11.458	10.227	+ 1.231	+ 10.80
107 c	»	10.255	11.707	- 1.452	- 17.49
109 c	»	13.498	12.892	+ 0.606	+ 4.18
117 a	»	15.747	14.965	+ 0.782	+ 4.55
117 b	»	17.849	17.631	+ 0.218	+ 0.97
119 a	»	17.541	17.631	- 0.090	- 0.39
119 b	»	18.912	19.408	- 0.496	- 1.88
120 a	V	5.395	4.659	+ 0.736	+ 19.90
120 b	»	6.211	6.616	- 0.405	- 9.00
120 c	»	7.210	8.247	- 1.037	- 18.20
121 a	»	9.639	9.225	+ 0.414	+ 5.11
121 b	»	11.105	11.508	- 0.403	- 4.15
123 a	»	14.770	13.791	+ 0.979	+ 6.35
124	»	14.959	14.117	+ 0.842	+ 5.23
125 a	»	14.326	15.096	- 0.770	- 4.30
123 b	»	16.809	16.400	+ 0.409	+ 2.09
125 b	»	15.922	17.379	- 1.457	- 6.91
126 a	»	19.869	19.336	+ 0.533	+ 1.90
127	»	20.997	20.640	+ 0.357	+ 1.29
126 b	»	21.097	21.293	- 0.196	- 0.64

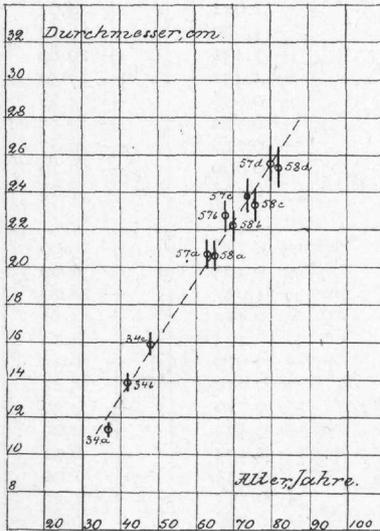
Mitteldurchmesser und Alter.



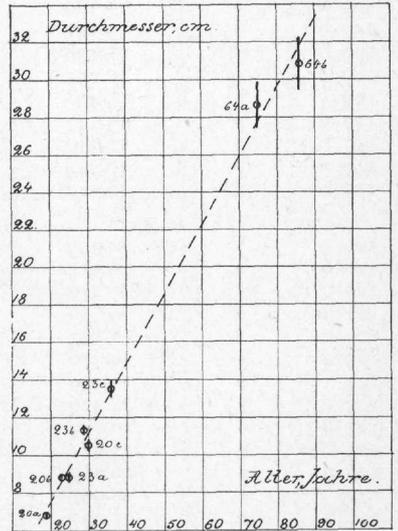
Diagr. 1. Bonität I.



Diagr. 2. Bonität II.

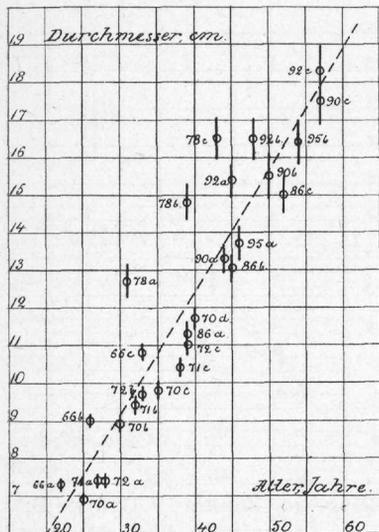


Diagr. 3. Bonität II, Gruppe A; Stammreiche Bestände.

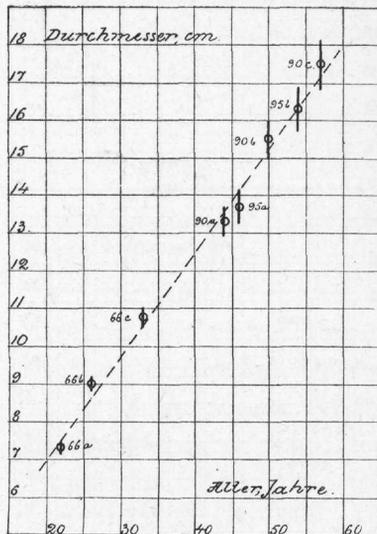
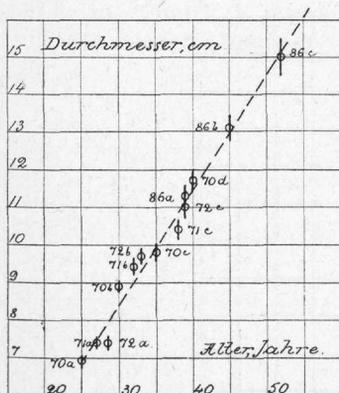
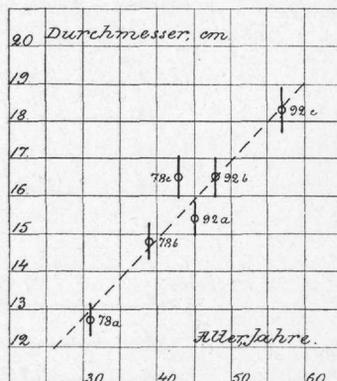


Diagr. 4. Bonität II, Gruppe B; Stammreiche Bestände.

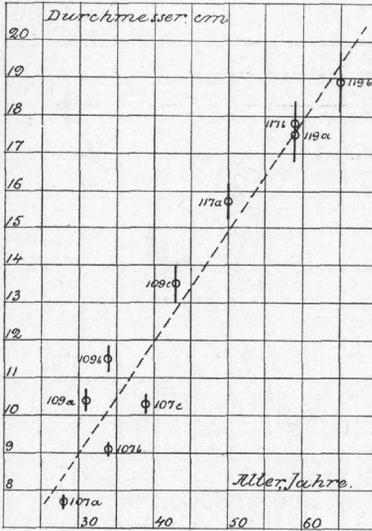
## Mitteldurchmesser und Alter.



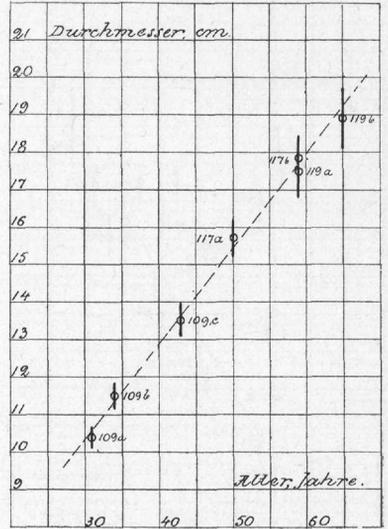
Diagr. 5. Bonität III.

Diagr. 6. Bonität III, Gruppe C;  
Mitteldichte Bestände.Diagr. 7. Bonität III, Gruppe A;  
Stammreiche Bestände.Diagr. 8. Bonität III, Gruppe B;  
Stammarme Bestände.

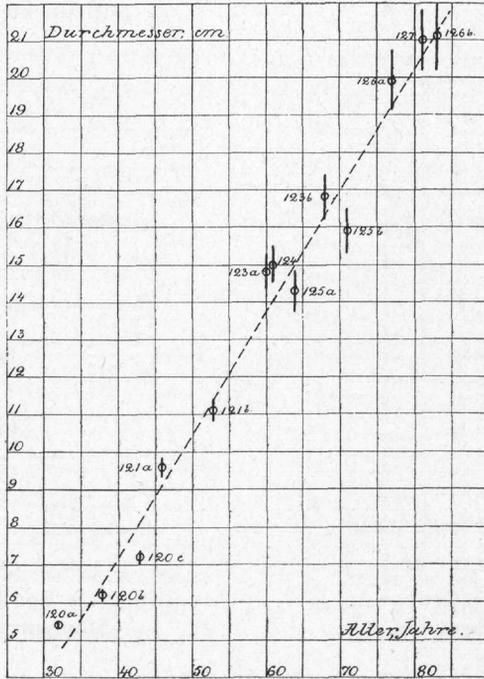
Mitteldurchmesser und Alter.



Diagr. 9. Bonität IV.

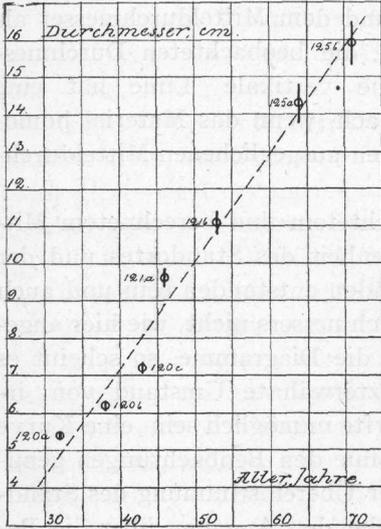


Diagr. 10. Bonität IV, Gruppe B;  
Stammarme Bestände.

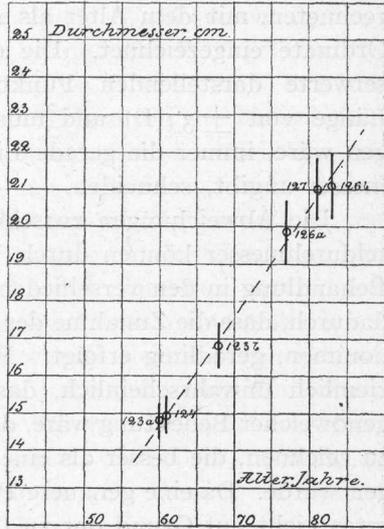


Diagr. 11. Bonität V.

Mitteldurchmesser und Alter.



Diagr. 12. Bonität V, Gruppe A; Stammreiche Bestände.



Diagr. 13. Bonität V, Gruppe B; Stammarme Bestände.

für die Wahrscheinlichkeit einer Abweichung, die grösser als  $\pm 3 \varepsilon(D)$  wäre,  $\frac{3}{1000}$ . In einem homogenen Material darf also der Unterschied  $D-D'$  nicht grösser als  $\pm 3 \varepsilon(D)$  sein. In der Tabelle IV kommen jedoch Differenzen vor, die nicht auf Zufälligkeiten beruhen dürfen, sondern auf eine Heterogenität des Materials hindeuten. Um dieses graphisch zu veranschaulichen, sind in den Diagrammen N:o 1, 2, 5, 9, 11, S. 46—48 sowohl die beobachteten Mitteldurchmesser, wie auch die aus obenerwähnten Gleichungen für die resp. Bonitäten berechneten, mit dem Alter als Abszisse und dem Mitteldurchmesser als Ordinate eingezeichnet. Die durch die, die beobachteten Durchmesserwerte darstellenden Punkte gezogene vertikale Linie hat eine Länge von  $\pm 3 \varepsilon(D)$  und müsste demnach, wenn das Material homogen wäre, immer die gerade Linie, die den ausgeglichenen Mitteldurchmesser angibt, schneiden.

Die Abweichungen zwischen beobachtetem und berechnetem Mitteldurchmesser können durch Verschiedenheit des Standortes und der Behandlung in den verschiedenen Beständen entstanden sein und auch dadurch, dass die Zunahme des Mitteldurchmessers nicht, wie hier angenommen, geradlinig erfolgt. Prüft man die Diagramme, so scheint es ziemlich unwahrscheinlich, dass der letzterwähnte Umstand von irgendwelcher Bedeutung wäre, denn es dürfte unmöglich sein eine Kurve zu zeichnen, die besser als eine gerade Linie den Beobachtungen genügen würde. Da eine genauere Prüfung der Übereinstimmung des Standortes nicht auf Grund der zu Gebote stehenden Angaben über die Bestände geschehen kann, so ist man darauf hingewiesen, die Ursache der Abweichungen in der Bestandesbehandlung zu suchen.

In dem Bericht der Versuchsanstalt über die Beschaffenheit des Beobachtungsmaterials wird hervorgehoben, dass die Fichte im schweizerischen Hügelland wenigstens auf Bonität I in einem Alter von über 80 Jahren nicht mehr regelmässig geschlossene Bestände bildet<sup>1)</sup>. Es ist deshalb anzunehmen, dass die Abweichungen bei höherem Alter einem unregelmässigen Charakter der untersuchten Bestände zuzuschreiben sind. Um heterogene Elemente in dem Untersuchungsmaterial mög-

---

eine kleine Variantenzahl in die Normalform über, wie CHARLIER in einer im Manuskript vorliegenden Darstellung der Statistik gezeigt hat.

Siehe auch BRUNS, H., Wahrscheinlichkeitsrechnung und Kollektivmasslehre. S. 137.

<sup>1)</sup> FLURY, a. A. S. 49.

lichst zu vermeiden, sind deshalb alle Beobachtungen in Beständen, die bei der ersten Erhebung über 80 Jahre alt waren, in der folgenden Bearbeitung ausgelassen worden. Aber auch nach dieser Ausschliessung kommen Differenzen zwischen beobachteten und berechneten Werten vor, die die Grenzen einer zufälligen Variation überschreiten und somit darauf hindeuten, dass die Bestände unter verschiedenen Bedingungen aufgewachsen sind. Eine diesbezügliche Prüfung des Materials ist auch früher nicht vorgekommen, die Prüfung ausgenommen, die die Versuchsanstalt bei der Wahl der Beobachtungsbestände ausgeführt hat.

Betreffs der Gesichtspunkte, die bei dieser Wahl ausschlaggebend waren, liegen keine anderen Angaben vor, als dass gleichaltrige, geschlossene Bestände untersucht worden sind.<sup>1)</sup> Da s. g. normale Bestände auf demselben Standort in Bezug auf die übrigen auf die Entwicklung einwirkenden Faktoren durchaus nicht übereinstimmend sein müssen, kann dieses noch weniger der Fall sein mit vollständig geschlossenen, gleichaltrigen Beständen. Die Bestände haben nämlich besonders in jüngerem Alter die Fähigkeit nach sogar starken Durchforstungen sich relativ schnell wieder zu schliessen und somit denselben Geschlossenheitsgrad bei verschiedenen Entwicklungsbedingungen aufzuweisen.

Eine Prüfung des Materials, um eventuelle Verschiedenheiten der Behandlung, die die Bestände erfahren haben, festzustellen, erfolgt am besten mit der Stammzahl als Leitung. Ein wesentlicher Unterschied in der Stammzahl bei dem selben Alter deutet, wie früher erwähnt, auf verschiedene Behandlung hin. Indem man in jeder Bonität die Bestände in Gruppen mit übereinstimmender Stammzahl pro Flächeneinheit bei demselben Alter teilt, dürfte die Heterogenität des Materials, insofern sie auf der Bestandesbehandlung beruht, wenn nicht ganz eliminiert, so doch wesentlich verringert werden.

Die Gruppierung der Bestände nach obenerwähntem Grundsatz ist nach Diagrammen geschehen, in welche die Observationen mit der Stammzahl pro Hektar als Ordinate und dem Alter als Abzisse eingezeichnet wurden. Werden die Beobachtungen, deren Ordinatenendpunkte eine kontinuierliche Kurve bilden können, vereint, so erhält man folgende Gruppen:

#### Bonität I.

Gruppe A. Stammreiche Bestände: 2c, 2d, 3a, 3c, 8a, 8c, 14a, 14b.

Gruppe B. Stammarme Bestände: 2a, 2b, 3b, 8b, 12a, 12b, 12c, 14c.

<sup>1)</sup> FLURY, a, A. 209.

## Bonität II.

Gruppe A. Stammreiche Bestände: 34a, 34b, 34c, 57a, 57b, 57c, 57d, 58a, 58b, 58c, 58d.

Gruppe B. Stammarme Bestände: 20a, 20b, 20c, 23a, 23b, 23c, 64a, 64b.

Gruppe C. Mitteldichte Bestände: 44a, 44b, 44c.

## Bonität III.

Gruppe A. Stammreiche Bestände: 70a, 70b, 70c, 70d, 71a, 71b, 71c, 72a, 72b, 72c, 86a, 86b, 86c.

Gruppe B. Stammarme Bestände: 78a, 78b, 78c, 92a, 92b, 92c.

Gruppe C. Mitteldichte Bestände: 66a, 66b, 66c, 90a, 90b, 90c, 95a, 95b.

## Bonität IV.

Gruppe A. Stammreiche Bestände: 107a, 107b, 107c.

Gruppe B. Stammarme Bestände: 109a, 109b, 109c, 117a, 117b, 119a, 119b.

## Bonität V.

Gruppe A. Stammreiche Bestände: 120a, 120b, 120c, 121a, 121b, 125a, 125b.

Gruppe B. Stammarme Bestände: 123a, 123b, 124, 126a, 126b, 127.

Nach Ausgleichung der Mitteldurchmesser der verschiedenen Gruppen nach der Methode der kleinsten Quadrate, erhält man folgende Gleichungen, um den einem gegebenen Alter A entsprechenden Mitteldurchmesser  $D'$  zu berechnen:

Bonität I,	Gruppe A	$D' = 0.32704 A + 3.738$
»	»	B $D' = 0.34472 A + 4.013$
Bonität II,	Gruppe A	$D' = 0.30854 A + 0.677$
»	»	B $D' = 0.36400 A + 0.189$
»	»	C $D' = 0.37641 A - 1.487$
Bonität III,	Gruppe A	$D' = 0.30310 A - 0.641$
»	»	B $D' = 0.20765 A + 6.600$
»	»	C $D' = 0.27733 A + 1.424$
Bonität IV,	Gruppe A	$D' = 0.23370 A + 1.161$
»	»	B $D' = 0.25221 A + 2.773$
Bonität V,	Gruppe A	$D' = 0.28660 A - 4.235$
»	»	B $D' = 0.29100 A - 2.772$

Die Abweichung der ursprünglichen Werte von dem ausgeglichenen Mitteldurchmesser für das entsprechende Alter sind in der Tabelle V zusammengestellt.

Wie aus der Tabelle V und den Diagrammen <sup>1)</sup> auf S. 46—48, hervorgeht, erreicht man durch die vorgenommene Gruppierung der Beobachtungen im allgemeinen eine grössere Übereinstimmung zwischen den ursprünglichen und den ausgeglichenen Werten des Mitteldurchmessers, was darauf hindeutet, dass die Heterogenität des Materials durch die Gruppierung verringert wurde. Doch kommen auch Abweichungen von dem ausgeglichenen Werte vor, die nicht als zufällige Variationen angesehen werden können.

Die Grenze der zufälligen Variationen überschreitende Abweichungen kommen in der Bonität I bei den Beständen 3c und 8a der Gruppe A, und bei den Beständen 3b und 8b der Gruppe B vor. Die beiden letztgenannten Abweichungen überschreiten jedoch so wenig die bestimmte Grenze  $\pm 3 \varepsilon(D)$ , dass sie unbeachtet gelassen werden können. Die Abweichungen in der Gruppe A sind dagegen bedeutender. Was zunächst den Bestand 8a betrifft, so ist er stammreicher als irgend ein anderer, und der abnorm niedrige Wert des Mitteldurchmessers beruht wahrscheinlich darauf, dass der Bestand eine längere Zeit undurchforstet gewesen ist. Diese Vermutung stützt sich nicht nur auf die grosse Stammzahl, sondern auch auf die starke Durchforstung, die der Bestand später erfahren hat, indem 732 Stämme pro Hektar, c:a 30 % der ganzen Stammzahl, ausgehauen wurden. Bei Durchforstung nach B-Grad, die in diesem Fall angewendet wurde, werden nur unterdrückte Stämme aus dem Bestande entfernt, und das Vorkommen derselben in so grosser Menge muss als Zeichen einer zu lange aufgeschobenen Durchforstung angesehen werden. Dass dieser Umstand betreffs der Entwicklung des Mitteldurchmessers keinen merkbaren Einfluss auf die künftige Entwicklung der Bestände ausgeübt hat, ergibt sich aus den späteren Erhebungen auf derselben Beobachtungsfläche, die einen mit den ausgeglichenen übereinstimmenden Wert des Mitteldurchmessers zeigen.

Die in dem Bestande 3c hervortretende Abweichung beruht wahrscheinlich auf der kurz vorher — im Bestande 3a — auf dieser Beobach-

---

<sup>1)</sup> Die Diagramme für Gruppe A und B der Bonität I, C der Bon. II und A der Bon. IV sind nicht mitgenommen; die beiden ersten, weil die Gruppierung, wie später hervorgehoben wird, nicht zweckmässig ist, die beiden letzten, weil sie so wenige Beobachtungen umfassen.

**Tabelle V. Bonitäten- und gruppenweise Zusammenstellung des ursprünglichen und ausgeglichenen Durchmessers.**

N:o	Bonität	Ursprünglicher Mitteldurchmesser D cm	Ausgeglichener Mitteldurchmesser D' cm	D - D' cm	$\frac{D - D'}{\varepsilon(D)}$
<b>Gruppe A. Stammreiche Bestände.</b>					
3 a	I	15.611	15.184	+ 0.427	+ 2.88
2 c	»	16.386	16.166	+ 0.220	+ 1.40
8 a	»	15.344	16.820	- 1.476	- 7.73
2 d	»	17.912	18.128	- 0.216	- 1.18
3 c	»	20.157	18.782	+ 1.375	+ 6.16
8 c	»	20.484	20.744	- 0.260	- 1.12
14 a	»	26.512	26.631	- 0.119	- 0.26
14 b	»	29.622	29.574	+ 0.048	+ 0.09
<b>Gruppe B. Stammarme Bestände.</b>					
2 a	I	14.025	13.665	+ 0.360	+ 3.03
2 b	»	15.180	15.388	- 0.208	- 1.53
3 b	»	18.488	17.801	+ 0.687	+ 3.75
8 b	»	18.098	18.835	- 0.737	- 3.86
12 a	»	25.669	26.075	- 0.406	- 1.15
12 b	»	28.439	28.832	- 0.393	- 0.95
12 c	»	30.990	30.556	+ 0.434	+ 0.99
14 c	»	32.888	32.624	+ 0.264	+ 0.48
<b>Gruppe A. Stammreiche Bestände.</b>					
34 a	II	11.277	12.093	- 0.816	- 6.80
34 b	»	13.786	13.636	+ 0.150	+ 1.00
34 c	»	15.854	15.487	+ 0.367	+ 1.93
57 a	»	20.654	20.115	+ 0.539	+ 2.23
58 a	»	20.589	20.732	- 0.143	- 0.57
57 b	»	22.698	21.658	+ 1.040	+ 3.90
58 b	»	22.192	22.275	- 0.083	- 0.31
57 c	»	23.795	23.509	+ 0.286	+ 0.98
58 c	»	23.251	24.126	- 0.875	- 2.90
57 d	»	25.541	25.360	+ 0.181	+ 0.55
58 d	»	25.361	25.977	- 0.616	- 1.74
<b>Gruppe B. Stammarme Bestände.</b>					
20 a	II	6.798	7.105	- 0.307	- 5.69
20 b	»	8.769	8.561	+ 0.208	+ 3.52
23 a	»	8.828	9.289	- 0.461	- 5.62
23 b	»	11.283	10.745	+ 0.538	+ 5.85
20 c	»	10.473	11.109	- 0.636	- 8.05
23 c	»	13.495	13.293	+ 0.202	+ 1.60
64 a	»	28.630	27.489	+ 1.141	+ 2.74
64 b	»	30.802	31.493	- 0.691	- 1.52

N:o	Bonität	Ursprünglicher Mittel- durchmesser D cm	Ausgeglicher- ner Mittel- durchmesser D' cm	D — D' cm	$\frac{D - D'}{\varepsilon(D)}$
Gruppe C. Mitteldichte Bestände.					
44 a	II	14.899	15.075	— 0.176	— 0.96
44 b	»	17.623	17.333	+ 0.290	+ 1.29
44 c	»	19.816	19.968	— 0.152	— 0.54
Gruppe A. Stammreiche Bestände.					
70 a	III	6.881	6.937	— 0.056	— 0.93
71 a	»	7.361	7.543	— 0.182	— 2.98
72 a	»	7.403	7.846	— 0.443	— 7.15
70 b	»	8.885	8.452	+ 0.433	+ 6.98
71 b	»	9.403	9.059	+ 0.344	+ 4.53
72 b	»	9.692	9.362	+ 0.330	+ 4.40
70 c	»	9.791	9.968	— 0.177	— 2.39
71 c	»	10.432	10.877	— 0.445	— 4.79
72 c	»	11.007	11.180	— 0.173	— 1.82
86 a	»	11.278	11.180	+ 0.098	+ 0.99
70 d	»	11.704	11.483	+ 0.221	+ 2.46
86 b	»	13.082	12.999	+ 0.083	+ 0.68
86 c	»	15.027	15.121	— 0.094	— 0.56
Gruppe B. Stammarme Bestände.					
78 a	III	12.738	13.036	— 0.298	— 2.10
78 b	»	14.774	14.696	+ 0.078	+ 0.45
78 c	»	16.473	15.527	+ 0.946	+ 5.11
92 a	»	15.439	15.942	— 0.503	— 3.16
92 b	»	16.460	16.505	— 0.105	— 0.60
92 c	»	18.309	18.433	— 0.124	— 0.56
Gruppe C. Mitteldichte Bestände.					
66 a	III	7.299	7.525	— 0.226	— 4.11
66 b	»	8.997	8.634	+ 0.363	+ 5.85
66 c	»	10.754	10.576	+ 0.178	+ 2.12
90 a	»	13.318	13.626	— 0.308	— 2.23
95 a	»	13.743	14.181	— 0.438	— 2.92
90 b	»	15.497	15.290	+ 0.207	+ 1.18
95 b	»	16.313	16.400	— 0.087	— 0.45
90 c	»	17.541	17.232	+ 0.309	+ 1.37
Gruppe A. Stammreiche Bestände.					
107 a	IV	7.688	7.705	— 0.017	— 0.28
107 b	»	9.149	9.107	+ 0.042	+ 0.63
107 c	»	10.255	10.276	— 0.021	— 0.25

N:o	Bonität	Ursprünglicher Mitteldurchmesser D cm	Ausgeglichener Mitteldurchmesser D' cm	D - D' cm	$\frac{D - D'}{\varepsilon(D)}$
<b>Gruppe B. Stammarme Bestände.</b>					
109 a	IV	10.379	10.591	- 0.212	- 2.02
109 b	»	11.458	11.348	+ 0.110	+ 0.96
109 c	»	13.498	13.617	- 0.119	- 0.82
117 a	»	15.747	15.383	+ 0.364	+ 2.12
117 b	»	17.849	17.653	+ 0.196	+ 0.87
119 a	»	17.541	17.653	- 0.112	- 0.49
119 b	»	18.912	19.166	- 0.254	- 0.96
<b>Gruppe A. Stammreiche Bestände.</b>					
120 a	V	5.395	4.936	+ 0.459	+ 12.41
120 b	»	6.211	6.656	- 0.445	- 9.89
120 c	»	7.210	8.089	- 0.879	- 15.42
121 a	»	9.639	8.949	+ 0.690	+ 8.52
121 b	»	11.105	10.955	+ 0.150	+ 1.55
125 a	»	14.326	14.108	+ 0.218	+ 1.22
125 b	»	15.922	16.114	- 0.192	- 0.91
<b>Gruppe B. Stammreiche Bestände.</b>					
123 a	V	14.770	14.688	+ 0.082	+ 0.53
124	»	14.959	14.979	- 0.020	- 0.12
123 b	»	16.809	17.016	- 0.207	- 1.06
126 a	»	19.869	19.635	+ 0.234	+ 0.83
127	»	20.997	20.799	+ 0.198	+ 0.71
126 b	»	21.097	21.381	- 0.284	- 0.93

tungsfläche vorgenommenen starken Durchforstung des Bestandes. Möglicherweise ist auch der Standort hier etwas besser als auf den übrigen Flächen, denn die Bestände 3a, 3b und 3c, die durchgehend eine positive Abweichung zeigen, haben eine im Vergleich zu den anderen zu derselben Gruppe gerechneten Beständen auffallend grosse Höhe, die mit c:a 0,5—1,5 m die entsprechenden Werte der übrigen Bestände überragt. Die abweichenden Bestände 3c und 8a wirken indessen kaum störend auf den berechneten Wert des Mitteldurchmessers ein, da die Abweichungen einander aufheben. Dasselbe gilt für die Beobachtungen in 3b und 8b der Gruppe B.

Unterwirft man die Gruppierung der Bonität I einer näheren Prüfung, so ergibt sich, dass die Bestände auf derselben Beobachtungsfläche bei verschiedenem Alter in verschiedene Gruppen geraten. Die Varia-

tionen der Stammzahl pro Flächeneinheit sind demnach so klein, dass die Verschiedenheiten in dieser Hinsicht durch eine Durchforstung desselben Grades verwischt werden können, sodass ein anfangs stammreicher Bestand bei der zweiten Beobachtung zu den stammarmen gehören wird, um bei der dritten Beobachtung wieder zu den ursprünglichen Gruppen gezählt werden zu können. Es kann also auf einer Zufälligkeit beruhen, zu welcher Gruppe ein Bestand gehören wird.

Ogleich die absoluten Differenzen zwischen ursprünglich beobachteten und ausgeglichenen Werten im allgemeinen durch die Gruppierung kleiner geworden sind, so ist die Zahl der Fälle, die die wahrscheinliche Grenze einer zufälligen Variation überschreiten, nicht reduziert und die Grösse dieser Abweichungen auch nicht erheblich verringert worden. Es scheint deshalb, als ob als Ursachen der in der Tabelle IV auftretenden Abweichungen eine unvermeidliche Differenz im Standort und in der Behandlung angesehen werden müssten, und als ob eine Gruppierung der Observationen nach übereinstimmender Stammzahl in diesem Falle keine Bedeutung hätte. Eine endgültige Entscheidung der Frage muss jedoch anstehen, bis auch die anderen Charakteristiken der Stammverteilungsreihe und ihrer Variationen untersucht worden sind.

In der Bonität II ist der Unterschied in der Stammzahl zwischen den Beständen auf den verschiedenen Beobachtungsflächen bedeutender und die Bestände auf derselben Fläche werden immer zur selben Gruppe gezählt. Ogleich die Gruppierung auch in diesem Fall nicht jede Abweichung in die Grenzen der zufälligen Variationen hat bringen können, geht indessen aus einem Vergleich der Diagramme N:o 2, N:o 3 und N:o 4 hervor, dass die Heterogenität des Materials durch die Gruppierung kleiner geworden ist.

Dieses ist in noch höherem Grade in der Bonität III der Fall. Wird das Material ungruppiert bearbeitet, so kann man nur in 5 Fällen von 27 die Abweichungen zwischen den ursprünglichen und den ausgeglichenen Werten des Mitteldurchmessers als durch zufällige Variationen verursacht betrachten. Die Grösse der Abweichungen in den übrigen Fällen (Siehe Diagramm N:o 5) legt nahe, dass die die Homogenität störenden Faktoren hier besonders stark sind. Durch die Gruppierung (siehe Diagr. N:o 6, 7 u. 8) wird die Anzahl der Fälle, wo die Grenze der zufälligen Variationen überschritten werden, auf 8 reduziert, und in allen diesen Fällen ist der Unterschied zwischen dem ursprünglichen und dem ausgeglichenen Wert kleiner als vor der Gruppierung. Da der Mitteldurchmesser des Bestandes auf derselben

Beobachtungsfläche ausserdem bald eine positive bald eine negative Abweichung von den entsprechenden ausgeglichenen Werten zeigt, dürfte die Homogenität in den beiden Gruppen als genügend angesehen werden können.

Die zwei in der Bonität IV gebildeten Gruppen zeigen einen vollständig homogenen Charakter. So auch in Gruppe B der Bonität V. In der Gruppe A der letztgenannten Bonität kommen dagegen recht grosse Verschiedenheiten zwischen ausgeglichenen und beobachteten Werten vor. Es scheint als ob die Bestände 120a, 120b und 120c eine Gruppe für sich mit bedeutend langsamerer Zunahme des Durchmessers bildeten. Auch die Stammzahl pro Flächeneinheit deutet auf einer Verschiedenheit zwischen diesen und den übrigen Beständen der Gruppe A hin. Diese Verschiedenheit ist bei der Gruppierung der Bestände nicht beobachtet worden, denn auf Grund der rasch erfolgenden Abnahme der Stammzahl mit zunehmendem Alter und der wenigen Observationen, die die Gruppe A umfasst, tritt sie nicht ganz deutlich in dem Diagramm, das das Verhältnis zwischen Stammzahl und Alter angibt, hervor. Bei einer näheren Untersuchung scheint es aber, als ob die Stammzahl in den Beständen 121a, 121b, 125a und 125b in früherem Alter schneller abgenommen hätte oder ursprünglich kleiner war, als in den Beständen auf der Beobachtungsfläche 120. Nimmt man nämlich an, dass die Stammzahl anfangs c:a 10,000 pro Hektar war und kontinuierlich bis auf die Zahl, die in den Beständen 121a, 121b, 125a und 125b aufgezählt wurde, reduziert worden ist, erhält man bei entsprechendem Alter bedeutend kleinere Stammzahlen als die auf der Beobachtungsfläche 120 vorgefundenen. Die Stammzahl in den Beständen 120b und 120c stimmt mit der überein, die die übrigen Bestände wahrscheinlich bei 6—8 Jahre jüngerem Alter gezeigt haben, und es ist natürlich, dass diese grosse Stammzahl hemmend auf die Entwicklung der Bäume eingewirkt hat.

Werden die Bestände 120a, 120b, und 120c ausgeschieden, so bilden die übrigbleibenden eine vollkommen homogene Gruppe, in der das ausgeglichene Verhältnis zwischen dem Mitteldurchmesser und dem Alter durch die Gleichung

$$D' = 0.25805 A - 2.348$$

ausgedrückt wird.

Der Unterschied zwischen dem ausgeglichenen und dem ursprünglichen Wert des Mitteldurchmessers in dieser Gruppe mit resp. Mittelfehler verglichen, geht aus folgender Zusammenstellung hervor:

N:o	Bonität	Ursprünglicher Durchmesser D	Ausgeglichener Durchmesser D'	D - D'	3 ε(D)	$\frac{D-D'}{\varepsilon(D)}$
121 a	V	9.639	9.522	+ 0.117	0.241	+ 1.44
121 b	»	11.105	11.329	- 0.224	0.291	- 2.31
125 a	»	14.326	14.167	+ 0.159	0.347	+ 0.89
125 b	»	15.922	15.974	- 0.052	0.633	- 0.24

Aus dem Obenerwähnten ergibt sich:

dass der Mitteldurchmesser des Bestandes, als arithmetisches Mittel des Brusthöhendurchmessers der einzelnen Bäume berechnet, während der Altersperiode von c:a 20—80 Jahren, die die hier bearbeiteten Beobachtungen umfassen, dem Alter proportional zunimmt, und

dass man, indem man in jeder Bonität Bestände zusammenführt, die bei demselben Alter eine ungefähr übereinstimmende Stammzahl aufweisen, Gruppen bilden kann, in denen die beobachteten Mitteldurchmesser als zufällige Abweichungen von dem für das entsprechende Alter auf Grund aller Beobachtungen berechneten, ausgeglichenen Werte zu betrachten sind.

## Die Dispersion.

Das zweite Charakteristikum der Stammverteilungsreihe ist die Dispersion. Der Wert der Dispersion und der resp. Mittelfehler ergibt sich aus Tabelle VI, wo die Bestände nach dem Alter geordnet sind.

Die Dispersion wird in der Statistik als Mass der Übereinstimmung in den Faktoren angewendet, auf denen eine Erscheinung beruht, über welche mehrere Beobachtungsreihen vorliegen<sup>1)</sup>. Die Dispersionen solcher Reihen müssen nämlich übereinstimmen, damit sie als Gruppen aus demselben homogenen Material betrachtet werden können. Eine Untersuchung der Dispersion um zu ermitteln, ob die verschiedenen Bestände unter übereinstimmenden Bedingungen aufgewachsen sind, wird jedoch durch das verschiedene Alter der Bestände kompliziert. Zufolge des Zuwachses der Bäume umfassen nämlich die Stammverteilungsreihen bei verschiedenem Alter verschiedene Durchmesserklassen. Denkt man sich die Stammverteilungsreihe graphisch dargestellt mit dem Brusthöhendurchmesser als Abszisse und der entsprechenden Stammzahl als Ordinate, so werden die Verteilungskurven bei zunehmendem Alter der Bestände der x-Achse entlang vorgeschoben und grössere Werte der variablen Eigenschaft umfassen. Bevor man mit Leitung der Dispersion die Homogenität des Materials prüfen kann, ist es deshalb notwendig zu untersuchen, inwiefern die Dispersion von der absoluten Grösse der Elemente der Reihe beeinflusst wird, und inwiefern somit die Dispersion in Reihen mit verschiedenem Mittelwert direkt vergleichbar ist.

Betreffs dieses Umstandes haben sich zwei entgegengesetzte Ansichten geltend gemacht. LEXIS<sup>2)</sup> hält dafür, »dass man im allgemeinen keinen — — Grund hat zu der Annahme, dass die Dispersion irgendetwie

<sup>v</sup> <sup>v</sup>  
1) ŽIZEK F., Die statistischen Mittelwerte. Leipzig 1908. S. 365 u. ff.

2) LEXIS. Abhandlungen zur Theorie der Bevölkerungs- und Moralstatistik. VIII. Über die Theorie der Stabilität statistischer Reihen. Jena 1903. S. 173.

Tabell VI. Die Dispersion.

N:o	Bonität	Alter	Dispersion $\sigma$ cm.	Mittlerer Fehler $\varepsilon(\sigma)$ cm.
2 a	I	28	3.501	0.084
2 b	»	33	3.708	0.096
3 a	»	35	4.007	0.104
2 c	»	38	4.018	0.111
3 b	»	40	4.314	0.129
8 a	»	40	4.828	0.135
8 b	»	43	4.079	0.135
2 d	»	44	4.355	0.129
3 c	»	46	5.037	0.158
8 c	»	52	4.636	0.163
12 a	»	64	5.646	0.251
14 a	»	70	7.146	0.319
12 b	»	72	6.265	0.292
12 c	»	77	6.081	0.310
14 b	»	79	7.660	0.363
14 c	»	83	7.444	0.392
20 a	II	19	2.265	0.038
20 b	»	23	2.120	0.041
23 a	»	25	3.056	0.058
23 b	»	29	2.867	0.065
20 c	»	30	2.601	0.056
23 c	»	36	3.406	0.089
34 a	»	37	4.162	0.085
34 b	»	42	4.392	0.107
44 a	»	44	4.794	0.129
34 c	»	48	4.942	0.134
44 b	»	50	5.208	0.158
44 c	»	57	5.960	0.199
57 a	»	63	5.323	0.171
58 a	»	65	5.497	0.178
57 b	»	68	5.333	0.189
58 b	»	70	5.461	0.190
57 c	»	74	5.581	0.206
64 a	»	75	6.837	0.294
58 c	»	76	5.873	0.214
57 d	»	80	5.938	0.232
58 d	»	82	6.208	0.249
64 b	»	86	7.132	0.321
66 a	III	22	2.264	0.039
70 a	»	25	2.545	0.043
66 b	»	26	2.283	0.044
71 a	»	27	2.637	0.043
72 a	»	28	2.618	0.044
70 b	»	30	2.293	0.044
78 a	»	31	3.506	0.100
71 b	»	32	2.834	0.054

N:o	Bonität	Alter	Dispersion $\sigma$ cm.	Mittlerer Fehler $\varepsilon(\sigma)$ cm.
72 b	III	33	2.723	0.053
66 c	»	33	2.770	0.060
70 c	»	35	2.716	0.053
71 c	»	38	3.317	0.066
86 a	»	39	3.182	0.070
72 c	»	39	3.231	0.067
78 b	»	39	4.150	0.123
70 d	»	40	2.730	0.063
78 c	»	43	4.113	0.131
90 a	»	44	3.684	0.098
86 b	»	45	3.611	0.087
92 a	»	45	3.748	0.112
95 a	»	46	4.012	0.106
92 b	»	48	3.945	0.124
90 b	»	50	4.234	0.124
86 c	»	52	4.434	0.118
95 b	»	54	4.674	0.136
92 c	»	57	4.820	0.157
90 c	»	57	5.161	0.160
107 a	IV	28	2.486	0.043
109 a	»	31	2.925	0.075
107 b	»	34	2.507	0.048
109 b	»	34	3.019	0.081
107 c	»	39	2.943	0.059
109 c	»	43	3.677	0.103
117 a	»	50	3.307	0.121
117 b	»	59	4.057	0.159
119 a	»	59	4.801	0.163
119 b	»	65	5.253	0.186
120 a	V	32	1.806	0.026
120 b	»	38	2.179	0.032
120 c	»	43	2.518	0.040
121 a	»	46	2.880	0.057
121 b	»	53	3.061	0.069
123 a	»	60	3.514	0.109
124	»	61	3.656	0.114
125 a	»	64	3.998	0.127
123 b	»	68	4.073	0.139
125 b	»	71	4.567	0.149
126 a	»	77	5.205	0.199
127	»	81	4.981	0.196
126 b	»	83	5.438	0.215

von der absoluten Grösse des Mittelwertes abhängen». Er erklärt sich darum prinzipiell gegen die Angabe der Dispersion in Prozenten des Mittelwertes, ein Verfahren welches, wie bald hervorgehoben werden wird, von anderen vorgeschlagen und angewandt worden ist. Seine Ansicht verdeutlicht er durch folgendes Beispiel: »Man habe z. B. eine Anzahl zehnjähriger Knaben und eine Anzahl vollständig erwachsener Männer nach Grösse oder Brustweite gemessen. Vermutlich wird die erstere Reihe eine grössere durchschnittliche Abweichung vom Mittel ergeben als die letztere, und diese Differenz ist es, welche dem physischen Unterschied in der Stabilität der beiden antropometrischen Grössen entspricht. Bezieht man die beiden Abweichungen auf die zugehörigen sehr verschiedenen Grundgrössen, so wird die Divergenz dieser prozentmässigen Schwankungsmasse bedeutend grösser, als die der absoluten; aber die ersteren sind nicht vergleichbar unter sich, während die letzteren der Präzision umgekehrt proportional sind und demnach als direkte und gleichartige Darstellung der Dispersion betrachtet werden können». Nach diesem Beispiel würde die grössere Dispersion in der Reihe mit kleinerem Mittel vorkommen. Ähnliche Verhältnisse werden auch von DUNCKER <sup>1)</sup> erwähnt.

Eine entgegengesetzte Ansicht vertritt unter anderen FECHNER <sup>2)</sup>. Er hebt hervor, dass eigentliche Beobachtungsfehler zwar von der Grösse des beobachteten Gegenstandes unabhängig sind, »insofern nicht mit dessen Grösse die Massmittel sich ändern, sich zusammensetzen, komplizieren; denn freilich, die Beobachtungsfehler bei Messung einer Meile werden grösser sein als bei Messung einer Fusslänge, aber nur, weil mehr und zusammengesetztere Operationen zur Messung der ersteren gehören; indess die Beobachtungsfehler bei Messung eines hohen Thermometer- oder Barometerstandes allgemein gesprochen nicht grösser sind als bei Messung eines niedrigen. Hiergegen variieren Kollektivgegenstände im allgemeinen in wesentlicher Abhängigkeit von ihrer Grösse —». Zu dieser Behauptung führt er recht drastische Beispiele an. Er sagt u. A., dass man bei der Untersuchung der Grössenvariationen eines Krautes eine Reihe mit kleinerer Dispersion erhält, als wenn dieselbe Erscheinung bei einem Baume Gegenstand der Untersuchung ist.

<sup>1)</sup> DUNCKER G., Die Methode der Variations-Statistik. (Archiv für Entwicklungs-Mechanik der Organismen. VIII Bd. 1899. S. 112—183). S. 147.

<sup>2)</sup> FECHNER, Kollektivmasslehre herausgegeben von GOTTL. FRIEDR. LIPPS. Leipzig 1897. S. 78.

FECHNER <sup>1)</sup> sagt weiter:» — — — lässt sich diese Abhängigkeit der durchschnittlichen Grösse der Variationen von der durchschnittlichen Grösse des Gegenstandes daraus verstehen, dass die inneren und äusseren ändernden Ursachen auf grosse Gegenstände mehr Angriffspunkte finden, als auf kleine. Zwar auch die Qualität der Gegenstände hat durch die grössere oder geringere Leichtigkeit, mit der sie den ändernden Einflüssen nachgiebt, Einfluss; ferner kann die Zugänglichkeit für äussere ändernde Einflüsse nach Umständen verschieden sein. Also ist eine genaue Proportionalität der mittleren Grösse der Abweichungen mit der mittleren Grösse der Gegenstände von vornherein nicht zu erwarten. Aber jedenfalls bleibt die Grösse der Gegenstände ein Hauptfaktor für die Grösse ihrer Änderungen».

Die von FECHNER ausgesprochene Ansicht über die Abhängigkeit der Dispersion von der absoluten Grösse der variablen Eigenschaften, wird von vielen Forschern auf dem Gebiete der Biologie geteilt <sup>2)</sup>. So hat PEARSON <sup>3)</sup>, um den Einfluss der absoluten Grösse der untersuchten Eigenschaft auf die Dispersion in der biologischen Statistik zu eliminieren, die s. g. relative Dispersion oder den Variationskoeffizienten eingeführt, die das prozentuale Verhältnis der Dispersion zum Mittel darstellt.

Zweifelsohne kann die absolute Grösse der Elemente einer Reihe auf die Grösse der Dispersion einwirken. Um dieses einzusehen, braucht man sich nur zu denken, dass in eine Reihe mit der Dispersion  $\sigma$  und dem Mittel  $M$  jedes Element (durch Zuwachs) auf das  $k$ -fache vermehrt wird. Die Dispersion in der neuen Reihe ist dann natürlich  $k\sigma$  und das Mittel  $kM$ . In dergleichen Fällen, wo der Unterschied zwischen den Reihen hauptsächlich in einer verschiedenen Grösse der Elemente besteht, ist die relative Dispersion konstant und man kann daher auf Grund derselben eine Stabilität der die Erscheinung beeinflussenden Faktoren beurteilen.

Die Dispersion einer Reihe wird jedoch von einer unübersehbaren Menge von Faktoren beeinflusst, und diese können, wie DUNCKER

<sup>1)</sup> FECHNER a. A. S. 78.

<sup>2)</sup> VERSCHAEFFELT, E., Über graduelle Variabilität von pflanzlichen Eigenschaften. Berichte der deutschen Botanischen Gesellschaft. XII Bd. 1894. S. 350—355.

PEARSON K., Regression, Heredity and Panmixia. Philosophical Transactions of the Royal Society of London, Vol. 187 A, N:o 175. 1896. S. 253—318.

<sup>3)</sup> PEARSON K., a. A. S. 276—277.

auf Grund angeführter Beispiele hervorhebt, die von FECHNER, PEARSON und besonders von DAVENPORT <sup>1)</sup> als Regel betrachtete Proportionalität der Dispersion zum Mittel, stören, ja sogar umkehren. In diesen Fällen ist die relative Dispersion, wie aus den früher zitierten Äusserungen hervorgeht, ein nicht kommensurabler Massstab für die Dispersion. Besteht dagegen irgend ein Abhängigkeitsverhältnis zwischen  $M$  und  $\sigma$ , so kann man die absolute Dispersion in Reihen mit verschiedenem Mittel nicht bei der Prüfung der Übereinstimmung der auf die Erscheinung einwirkenden Faktoren anwenden, wenn es sich um eine mit dem Alter veränderliche Eigenschaft handelt, und demnach auch nicht die Verschiedenheit der Dispersion der Stammverteilungsreihen, die sich auf verschiedene Altersstadien beziehen, als Beweis der Heterogenität in den Entwicklungsbedingungen betrachten.

Bevor eine Prüfung der Homogenität des Materials mit Leitung der Dispersion im vorliegenden Falle vorgenommen wird, ist es somit notwendig, die Proportionalität zwischen Mittel und Dispersion zu untersuchen. Zu diesem Zweck sind für jede Bonität für sich die verschiedenen Beobachtungen in nebenstehende Korrelationstabellen eingeführt. Die Zahlen in den Quadraten geben an, wie oft der für das Quadrat angegebene Mitteldurchmesser und die Dispersion in einer Stammverteilungsreihe gleichzeitig konstatiert worden sind. Wie aus diesen Tabellen hervorgeht, liegt ein deutlicher Zusammenhang zwischen den untersuchten Charakteristiken vor, indem eine grössere Dispersion einem grösseren Mitteldurchmesser entspricht. Die Lagerung der Zahlen in der Tabelle gibt an, dass die Korrelation geradlinig ist <sup>2)</sup>. Man hat somit in dem Korrelationskoeffizienten BRAVAIS <sup>3)</sup> einem Ausdruck für den Grad der Abhängigkeit zwischen Mitteldurchmesser und Dispersion.

---

<sup>1)</sup> [DAVENPORT C. B. and BULLARD C., Contribution to the Quantitative Study of Correlated Variation and the Comparative Variability of the Sexes. Amer. Acad. Arts and Sci. Vol. 32 No 4. 1896. S. 85—97.

<sup>2)</sup> Über die Lagerung der Zahlen in Korrelationstabellen siehe: JOHANNSEN, W., Elemente der exakten Erblichkeitslehre. 2. Aufl. Jena 1913. S. 333 u. 334.

YULE, UDNY G., An Introduction to the Theory of Statistics. London 1912. S. 168 u. 169.

<sup>3)</sup> Über die Anwendung BRAVAIS Formel siehe YULE, a. A. S. 174.

Korrelation zwischen arithmetischem Mittel und Dispersion der Stammverteilungsreihe.

$\begin{matrix} \sigma \\ M \end{matrix}$	3.50-4	4-4.50	4.50-5	5-5.50	5.50-6	6-6.50	6.50-7	7-7.50	7.50-8	$\Sigma$
14-16	2	I	I							4
16-18		2								2
18-20		2								2
20-22			I	I						2
22-24										—
24-26					I					I
26-28							I			I
28-30						I		I		2
30-32						I				I
32-34								I		I
$\Sigma$	2	5	2	I	I	2	—	2	I	16

Bonität I.

$\begin{matrix} \sigma \\ M \end{matrix}$	2-2.50	2.50-3	3-3.50	3.50-4	4-4.50	4.50-5	5-5.50	5.50-6	6-6.50	6.50-7	7-7.50	$\Sigma$
6-8	I											I
8-10	I		I									2
10-12		2			I							3
12-14			I		I							2
14-16						2						2
16-18							I					I
18-20								I				I
20-22						2						2
22-24						2	2					4
24-26								I	I			2
26-28												—
28-30										I		I
30-32											I	I
$\Sigma$	2	2	2	—	2	2	5	4	I	I	I	22

Bonität II.

Korrelation zwischen arithmetischem Mittel und Dispersion der Stammverteilungsreihe.

M \ $\sigma$	2-2.50	2.50-3	3-3.50	3.50-4	4-4.50	4.50-5	5-5.50	$\Sigma$
6-8	1	3						4
8-10	2	3						5
10-12		2	3					5
12-14				3	1			4
14-16				1	3			4
16-18				1	1	1	1	4
18-20						1		1
$\Sigma$	3	8	3	5	5	2	1	27

Bonität III.

M \ $\sigma$	2-2.50	2.50-3	3-3.50	3.50-4	4-4.50	4.50-5	5-5.50	$\Sigma$
6-8	1							1
8-10		1						1
10-12		2	1					3
12-14				1				1
14-16			1					1
16-18					1	1		2
18-20							1	1
$\Sigma$	1	3	2	1	1	1	1	10

Bonität IV.

M \ $\sigma$	1.50-2	2-2.50	2.50-3	3-3.50	3.50-4	4-4.50	4.50-5	5-5.50	$\Sigma$
4-6	1								1
6-8		1	1						2
8-10			1						1
10-12				1					1
12-14									—
14-16					3		1		4
16-18						1			1
18-20								1	1
20-22							1	1	2
$\Sigma$	1	1	2	1	3	1	2	2	13

Bonität V.

Berechnet man den Korrelationskoeffizient  $r$  ohne Klassifizierung, erhält man folgende Werte:

Bonität	I	$r = 0.912 \pm 0.042$
»	II	$r = 0.947 \pm 0.022$
»	III	$r = 0.937 \pm 0.023$
»	IV	$r = 0.948 \pm 0.032$
»	V	$r = 0.977 \pm 0.012$

Da der Korrelationskoeffizient bei vollständiger Korrelation, d. h. wenn keine Variation in der Korrelation vorkommt, den Wert 1 hat und Korrelationskoeffizienten über 0,9 selten sind, muss die Korrelation zwischen den hier untersuchten Grössen als auffallend stark betrachtet werden. Man kann demnach sagen, dass die Dispersion und der Mitteldurchmesser im grossen Ganzen von denselben Ursachen abhängig sind.

Die oben konstatierte starke geradlinige Korrelation zwischen dem Mitteldurchmesser und der Dispersion gibt zu der Vermutung Anlass, dass die relative Dispersion oder der Variationskoeffizient konstant ist. Ist dieses der Fall, so hat man in demselben ein vergleichbares Mass der Dispersion. Bestände, die hinsichtlich des Mitteldurchmessers als gleichartig anzusehen sind und die einen übereinstimmenden Variationskoeffizienten haben, könnten demnach auch mit Rücksicht auf die Dispersion als identisch betrachtet werden. Differenzen in dem Variationskoeffizienten wären aber als ein Zeichen der Heterogenität anzusehen. Der Variationskoeffizient wäre somit bei einer orientierenden Prüfung des Materials zur Leitung bei der Ausscheidung solcher Bestände, die nicht zu derselben Entwicklungsreihe gehören, geeignet.

Um die Konstanz des Variationskoeffizienten und die darauf beruhende Anwendbarkeit desselben für den angedeuteten Zweck zu ermitteln, sind in Tabelle VII die Werte des Variationskoeffizienten, der Unterschied zwischen den mittleren Variationskoeffizienten und den verschiedenen Werten desselben mit dem resp. Mittelfehler verglichen, zusammengestellt.

Prüft man die Zahlen der Tabelle VII, so sieht man, dass der Variationskoeffizient in Bonität I im allgemeinen keine Variationen zeigt, die auf eine wesentliche Verschiedenheit der Bestände hindeuten würden. Einige Ausnahmen kommen jedoch vor. Der Bestand 8a hat einen Variationskoeffizient, der deutlich von dem für die Bonität allgemeinen Koeffizient abweicht, indem er das Mittel um den 7-fachen Mittelfehler

Tabelle VII. Die Variationskoeffizienten V.

N:o	Bonität	Alter	Der Variationskoeffizient V	Mittlerer Fehler <sup>1</sup> des Variationskoeffizienten $\varepsilon(V)$	V - V <sub>M</sub> Differenz zwischen V und den mittleren Variationskoeffizienten in der Bonität	$\frac{V - V_M}{\varepsilon(V)}$
2 a	I	28	24.963	0.634	+ 0.717	+ 1.13
2 b	»	33	24.427	0.670	+ 0.181	+ 0.27
2 c	»	38	24.521	0.715	+ 0.275	+ 0.38
2 d	»	44	24.313	0.762	+ 0.067	+ 0.09
3 a	»	35	25.668	0.712	+ 1.422	+ 2.00
3 b	»	40	23.334	0.735	- 0.912	- 1.24
3 c	»	46	24.989	0.831	+ 0.743	+ 0.89
8 a	»	40	31.465	0.963	+ 7.219	+ 7.50
8 b	»	43	22.538	0.783	- 1.708	- 2.18
8 c	»	52	22.632	0.837	- 1.614	- 1.93
12 a	»	64	21.995	1.022	- 2.251	- 2.20
12 b	»	72	22.030	1.075	- 2.216	- 2.06
12 c	»	77	19.622	1.039	- 4.624	- 4.45
14 a	»	70	26.954	1.287	+ 2.708	+ 2.10
14 b	»	79	25.859	1.304	+ 1.613	+ 1.24
14 c	»	83	22.634	1.253	- 1.612	- 1.29
Durchschnittlicher V = 24.2						
20 a	II	19	33.314	0.623	+ 5.888	+ 9.45
20 b	»	23	24.176	0.499	- 3.250	- 6.51
20 c	»	30	24.835	0.569	- 2.591	- 4.55
23 a	»	25	34.617	0.732	+ 7.191	+ 9.82
23 b	»	29	25.410	0.612	- 2.016	- 3.30
23 c	»	36	25.239	0.700	- 2.187	- 3.12
34 a	»	37	36.907	0.851	+ 9.481	+ 11.14
34 b	»	42	31.858	0.848	+ 4.432	+ 5.23
34 c	»	48	31.172	0.924	+ 3.746	+ 4.05
44 a	»	44	32.177	0.955	+ 4.751	+ 4.98
44 b	»	50	29.552	0.974	+ 2.126	+ 2.18
44 c	»	57	30.077	1.090	+ 2.651	+ 2.43
57 a	»	63	25.772	0.882	- 1.654	- 1.88
57 b	»	68	23.495	0.878	- 3.931	- 4.48
57 c	»	74	23.454	0.914	- 3.972	- 4.35
57 d	»	80	23.249	0.957	- 4.177	- 4.36
58 a	»	65	26.699	0.924	- 0.727	- 0.79
58 b	»	70	24.608	0.908	- 2.818	- 3.10

<sup>1</sup> Der Mittelfehler in V ist nach der Formel

$$\varepsilon(V) = \frac{V}{\sqrt{2N}} \left\{ 1 + 2 \left( \frac{V}{100} \right)^2 \right\}^{\frac{1}{2}}$$

berechnet.

Siehe: YULE. A., a. A. S. 351.

N:o	Bonität	Alter	Der Variations- koeffizient V	Mittlerer Feh- ler des Varia- tionskoeffizien- ten $\varepsilon(V)$	V — VM Differenz zwi- schen V und den mittleren Variationskoeff- fizienten in der Bonität	$\frac{V - VM}{\varepsilon(V)}$
58 c	II	76	25.259	0.975	— 2.167	— 2.22
58 d	»	82	24.479	1.040	— 2.947	— 2.83
64 a	»	75	23.880	1.084	— 3.546	— 3.27
64 b	»	86	23.154	1.096	— 4.272	— 3.90
Durchschnittlicher V = 27.4						
66 a	III	22	31.018	0.586	+ 2.525	+ 4.31
66 b	»	26	25.375	0.518	— 3.118	— 6.02
66 c	»	33	25.758	0.590	— 2.735	— 4.64
70 a	»	25	36.987	0.697	+ 8.494	+ 12.19
70 b	»	30	25.808	0.523	— 2.685	— 5.14
70 c	»	35	27.740	0.578	— 0.753	— 1.30
70 d	»	40	23.321	0.570	— 5.172	— 9.07
71 a	»	27	35.824	0.653	+ 7.331	+ 11.23
71 b	»	32	30.139	0.621	+ 1.646	+ 2.65
71 c	»	38	31.796	0.694	+ 3.303	+ 4.76
72 a	»	28	35.364	0.660	+ 6.871	+ 10.41
72 b	»	33	28.095	0.592	— 0.398	— 0.67
72 c	»	39	29.354	0.661	+ 0.861	+ 1.30
78 a	»	31	27.524	0.843	— 0.969	— 1.15
78 b	»	39	28.090	0.894	— 0.403	— 0.45
78 c	»	43	24.968	0.844	— 3.525	— 4.18
86 a	»	39	28.218	0.668	— 0.275	— 0.41
86 b	»	45	27.603	0.712	— 0.890	— 1.25
86 c	»	52	29.507	0.850	+ 1.014	+ 1.19
90 a	»	44	27.662	0.788	— 0.831	— 1.06
90 b	»	50	27.321	0.854	— 1.172	— 1.37
90 c	»	57	29.422	0.987	+ 0.929	+ 0.94
92 a	»	45	24.274	0.768	— 4.219	— 5.49
92 b	»	48	23.970	0.793	— 4.523	— 5.70
92 c	»	57	26.326	0.917	— 2.167	— 2.36
95 a	»	46	29.190	0.834	+ 0.697	+ 0.84
95 b	»	54	28.652	0.901	+ 0.159	+ 0.18
Durchschnittlicher V = 28.5						
107 a	IV	28	32.336	0.621	+ 5.427	+ 8.74
107 b	»	34	27.408	0.559	+ 0.499	+ 0.89
107 c	»	39	28.698	0.619	+ 1.789	+ 2.89
109 a	»	31	28.182	0.774	+ 1.273	+ 1.64
109 b	»	34	26.348	0.750	— 0.561	— 0.75
109 c	»	43	27.241	0.814	+ 0.332	+ 0.41
117 a	»	50	21.001	0.804	— 5.908	— 7.34
117 b	»	59	22.730	0.938	— 4.179	— 4.46
119 a	»	59	27.370	0.994	+ 0.461	+ 0.46
119 b	»	65	27.776	1.059	+ 0.867	+ 0.82
Durchschnittlicher V = 26.9						

N:o	Bonität	Alter	Der Variationskoeffizient V	Mittlerer Fehler des Variationskoeffizienten $\varepsilon(V)$	V - V <sub>M</sub> Differenz zwischen V und den mittleren Variationskoeffizienten in der Bonität	$\frac{V - V_M}{\varepsilon(V)}$
120 a	V	32	33.475	0.536	+ 5.346	+ 9.97
120 b	»	38	35.083	0.575	+ 6.954	+ 12.10
120 c	»	43	34.924	0.620	+ 6.795	+ 10.96
121 a	»	46	29.879	0.643	+ 1.750	+ 2.72
121 b	»	53	27.564	0.664	- 0.565	- 0.85
123 a	»	60	23.792	0.777	- 4.337	- 5.58
123 b	»	68	24.233	0.873	- 3.896	- 4.46
124	»	61	24.440	0.806	- 3.689	- 4.58
125 a	»	64	27.907	0.951	- 0.222	- 0.23
125 b	»	71	28.684	1.013	+ 0.555	+ 0.55
126 a	»	77	26.197	1.066	- 1.932	- 1.81
126 b	»	83	25.776	1.082	- 2.353	- 2.18
127	»	81	23.722	0.983	- 4.407	- 4.48

Durchschnittlicher V = 28.1

überschreitet. Der Variationskoeffizient des Bestandes 12c hat eine Minus-Abweichung vom Mittel, die die allgemein angenommene Grenze einer zufälligen Variation zwar überschreitet, aber so unerheblich, dass ein abweichender Charakter des Bestandes nicht mit derselben Gewissheit wie im vorigen Falle angenommen werden kann. Eine Möglichkeit ist namentlich vorhanden, — obgleich nur eine sehr geringe — dass eine in diesem Fall konstatierte Abweichung vom Mittelfehler durch Zufälligkeiten verursacht werden kann.

In den anderen Bonitäten zeigen die Variationskoeffizienten Fluktuationen, die auf eine konstante Verschiedenheit zwischen den Beständen hindeuten. Es ging auch schon aus einer Untersuchung der Variation des Mitteldurchmessers hervor, dass die verschiedenen Bestände nicht unter einander gleichartig sind, dass aber eine grössere — in einigen Fällen vollständige — Homogenität in Bezug auf die Entwicklung des Mitteldurchmessers durch eine Gruppierung der Bestände nach der Stammzahl pro Hektar erreicht wird. Es ist anzunehmen, dass die Dispersion, die ja von der Bestandsentwicklung beeinflusst werden muss, auch in den verschiedenen Gruppen verschiedene Werte hat. Ist dieses der Fall, so werden die Fluktuationen des Variationskoeffizienten demnach durch die Gruppierung verringert.

Um zu ermitteln, inwiefern die Gruppierung zu grösserer Übereinstimmung in den Variationskoeffizienten führt, ist Tabelle VIII aufgestellt.

**Tabelle VIII. Die Variationskoeffizienten gruppenweise zusammengestellt.**

N:o	Bonität	Alter	Der Variationskoeffizient V	Mittlerer Fehler des Variationskoeffizienten $\varepsilon(V)$	Differenz zwischen V und dem mittleren Variationskoeffizienten der Gruppe	$\frac{V - V_M}{\varepsilon(V)}$
Gruppe A. Stammreiche Bestände.						
34 a	II	37	36.907	0.851	+ 9.911	+ 11.65
34 b	»	42	31.858	0.848	+ 4.862	+ 5.73
34 c	»	48	31.172	0.924	+ 4.176	+ 4.52
57 a	»	63	25.772	0.882	- 1.224	- 1.39
57 b	»	68	23.495	0.878	- 3.501	- 3.99
57 c	»	74	23.454	0.914	- 3.542	- 3.88
57 d	»	80	23.249	0.957	- 3.747	- 3.92
58 a	»	65	26.699	0.924	- 0.297	- 0.32
58 b	»	70	24.608	0.908	- 2.388	- 2.63
58 c	»	76	25.259	0.975	- 1.737	- 1.78
58 d	»	82	24.479	1.040	- 2.517	- 2.42
Durchschnittlicher V = 26.9						
Gruppe B. Stammarme Bestände.						
20 a	II	19	33.314	0.623	+ 6.486	+ 10.41
20 b	»	23	24.176	0.499	- 2.652	- 5.32
20 c	»	30	24.835	0.569	- 1.993	- 3.50
23 a	»	25	34.617	0.732	+ 7.789	+ 10.64
23 b	»	29	25.410	0.612	- 1.418	- 2.32
23 c	»	36	25.239	0.700	- 1.589	- 2.27
64 a	»	75	23.880	1.084	- 2.948	- 2.72
64 b	»	86	23.154	1.096	- 3.674	- 3.35
Durchschnittlicher V = 26.8						
Gruppe C. Mitteldichte Bestände.						
44 a	II	44	32.177	0.955	+ 1.575	+ 1.65
44 b	»	50	29.552	0.974	- 1.050	- 1.08
44 c	»	57	30.077	1.090	- 0.525	- 0.48
Durchschnittlicher V = 30.6						
Gruppe A. Stammreiche Bestände.						
70 a	III	25	36.987	0.697	+ 7.006	+ 10.05
70 b	»	30	25.808	0.523	- 4.173	- 7.98
70 c	»	35	27.740	0.578	- 2.241	- 3.88
70 d	»	40	23.321	0.570	- 6.660	- 11.68
71 a	»	27	35.824	0.653	+ 5.843	+ 8.95
71 b	»	32	30.139	0.621	+ 0.158	+ 0.26

N:o	Bonität	Alter	Der Variations- koeffizient V	Mittlerer Feh- ler des Varia- tionskoeffizien- ten $\varepsilon(V)$	Differenz zwi- schen V und dem mittleren Variationskoeff- fizienten der Gruppe	$\frac{V - V_M}{\varepsilon(V)}$
71 c	III	38	31.796	0.694	+ 1.815	+ 2.62
72 a	»	28	35.364	0.660	+ 5.383	+ 8.16
72 b	»	33	28.095	0.592	- 1.886	- 3.19
72 c	»	39	29.354	0.661	- 0.627	- 0.95
86 a	»	39	28.218	0.668	- 1.763	- 2.64
86 b	»	45	27.603	0.712	- 2.378	- 3.34
86 c	»	52	29.507	0.850	- 0.474	- 0.56

Durchschnittlicher V = 29.9

Gruppe B. Stammarme Bestände.

78 a	III	31	27.524	0.843	+ 1.665	+ 1.98
78 b	»	39	28.090	0.894	+ 2.231	+ 2.50
78 c	»	43	24.968	0.844	- 0.891	- 1.06
92 a	»	45	24.274	0.768	- 1.585	- 2.06
92 b	»	48	23.970	0.793	- 1.889	- 2.38
92 c	»	57	26.326	0.917	+ 0.467	+ 0.51

Durchschnittlicher V = 25.9

Gruppe C. Mitteldichte Bestände.

66 a	III	22	31.018	0.586	+ 2.968	+ 5.07
66 b	»	26	25.375	0.518	- 2.675	- 5.17
66 c	»	33	25.758	0.590	- 2.292	- 3.88
90 a	»	44	27.662	0.788	- 0.388	- 0.49
90 b	»	50	27.321	0.854	- 0.729	- 0.85
90 c	»	57	29.422	0.987	+ 1.372	+ 1.39
95 a	»	46	29.190	0.834	+ 1.140	+ 1.37
95 b	»	54	28.652	0.901	+ 0.602	+ 0.67

Durchschnittlicher V = 28.1

Gruppe A. Stammreiche Bestände.

107 a	IV	28	32.336	0.621	+ 2.855	+ 4.60
107 b	»	34	27.408	0.559	- 2.073	- 3.71
107 c	»	39	28.698	0.619	- 0.783	- 1.26

Durchschnittlicher V = 29.5

Gruppe B. Stammarme Bestände.

109 a	IV	31	28.182	0.774	+ 2.375	+ 3.07
109 b	»	34	26.348	0.750	+ 0.541	+ 0.72
109 c	»	43	27.241	0.814	+ 1.434	+ 1.76
117 a	»	50	21.001	0.804	- 4.806	- 5.98

N:o	Bonität	Alter	Der Variationskoeffizient V	Mittlerer Fehler des Variationskoeffizienten $\varepsilon(V)$	Differenz zwischen V und dem mittleren Variationskoeffizienten der Gruppe	$\frac{V - V_M}{\varepsilon(V)}$
117 b	IV	59	22.730	0.938	- 3.077	- 3.28
119 a	»	59	27.370	0.994	+ 1.563	+ 1.57
119 b	»	65	27.776	1.059	+ 1.969	+ 1.86
Durchschnittlicher V = 25.8						
Gruppe A. Stammreiche Bestände.						
120 a	V	32	33.475	0.536	+ 2.401	+ 4.48
120 b	»	38	35.083	0.575	+ 4.009	+ 6.97
120 c	»	43	34.924	0.620	+ 3.850	+ 6.21
121 a	»	46	29.879	0.643	- 1.195	- 1.86
121 b	»	53	27.564	0.664	- 3.510	- 5.29
125 a	»	64	27.907	0.951	- 3.167	- 3.33
125 b	»	71	28.684	1.013	- 2.390	- 2.36
Durchschnittlicher V = 31.1						
Gruppe B. Stammarme Bestände.						
123 a	V	60	23.792	0.777	- 0.901	- 1.16
123 b	»	68	24.233	0.873	- 0.460	- 0.53
124	»	61	24.440	0.806	- 0.253	- 0.32
126 a	»	77	26.197	1.066	+ 1.504	+ 1.41
126 b	»	83	25.776	1.082	+ 1.083	+ 1.00
127	»	81	23.722	0.983	- 0.971	- 0.99
Durchschnittlicher V = 24.7						

Es geht jedoch aus der genannten Zusammenstellung hervor, dass die Gruppierung die Fluktuationen des Variationskoeffizienten nicht erheblich verringert hat, indem Abweichungen vom Mittelwert, die dreimal den Mittelfehler bedeutend überschreiten, auch in dieser Tabelle vorkommen. Der Mittelwert der verschiedenen Gruppen deutet darauf, dass stammreiche Bestände im allgemeinen einen grösseren Variationskoeffizienten haben. Es ist jedoch nicht möglich auf Grund des Variationskoeffizienten zu entscheiden, zu welcher Gruppe ein Bestand gezählt werden muss, denn dieselben Werte, die extremsten ausgenommen, kommen in verschiedenen Gruppen vor.

Die Ursachen der auch nach der Gruppierung auftretenden grossen Fluktuationen des Variationskoeffizienten sind entweder in den Ein-

flüssen zu suchen, die in einzelnen Fällen störend auf die durch die Korrelation konstatierte allgemeine Proportionalität zwischen dem Mittel und der Dispersion einwirken, oder aber in einer konstanten Verschiedenheit zwischen den Beständen.

Was die erste Alternative betrifft, so ist die darin hervorgehobene Ursache der Fluktuationen des Variationskoeffizienten wohl möglich, trotz der festgestellten starken Korrelation zwischen Mittel und Dispersion. Die Korrelation — oder die korrelative Variabilität, wie sie mit einem prägnanteren Ausdruck bezeichnet wird — gibt den allgemeinen Zusammenhang zwischen den betreffenden Eigenschaften an. Wo aber die Korrelation nicht absolut ist, ist dieses Verhältnis Variationen unterworfen; neben der allgemeinen, bestehen auch andere Kombinationen der infragestehenden Werte <sup>1)</sup>.

Prüft man die grössten Abweichungen, die die Variationskoeffizienten aufweisen, näher, so ergibt sich, dass sie überwiegend Plus-Abweichungen sind und bei der ersten Aufnahme auf der resp. Beobachtungsfläche vorkommen. In mehreren Fällen liegt der Variationskoeffizient schon bei der folgenden Beobachtung auf derselben Fläche unter dem Mittelwert. Die oft etwas starke Durchforstung, die bei der ersten Messung im Bestande ausgeführt worden ist, verursacht somit im Variationskoeffizienten Veränderungen, die die Grenzen einer zufälligen Variation bedeutend überschreiten.

Die Erklärung dieser plötzlichen Veränderung des Variationskoeffizienten ist wohl, dass die Durchforstung auf das Mittel und die Dispersion in entgegengesetzter Richtung einwirkt. Da bei der Durchforstung hauptsächlich kleinere Bäume entfernt werden, wird der Mitteldurchmesser des Bestandes grösser, während die Dispersion dagegen dadurch kleiner wird, dass ein Teil der kleinsten Dimensionen vollständig aus dem Bestande verschwindet. Die Durchforstung wirkt demnach direkt den Faktoren entgegen, die nach der früher konstatierten starken positiven Korrelation im allgemeinen das Verhältnis zwischen dem Mittel und der Dispersion bedingen. Dieser störende Einfluss auf das allgemeine Verhältnis zwischen Dispersion und Mitteldurchmesser wird natürlich um so fühlbarer, je stärker die Durchforstung ist. Wenn die Ausscheidung der Bäume aus dem Bestande plötzlich, durch periodenweise wiederkehrende Durchforstungen geschieht und nicht, wie in der Natur, kontinuierlich, so muss der Variationskoeffizient somit zwischen

<sup>1)</sup> Siehe: JOHANNSEN a. A. S. 331.

einem hohen Wert unmittelbar vor und einem niedrigen Wert unmittelbar nach der Durchforstung oscillieren. Die Latitude der Schwankungen des Variationskoeffizienten wird auch von der Zeit, die zwischen zwei Durchforstungen verfließt, und nicht nur von dem Grade (Stärke) der Durchforstungen beeinflusst, indem lange Zwischenzeiten merkbarere Veränderungen in der Stammverteilungsreihe verursachen, als wenn diese öfters wiederholt werden.

Um klarzustellen, in wie hohem Grade die Durchforstung den Variationskoeffizienten beeinflusst, sind in der folgenden Tabelle die Werte desselben unmittelbar vor und nach der Durchforstung, sowie der Unterschied zwischen diesen mit den bezüglichen Mittel Fehlern für zur Bonität II gehörige Bestände zusammengestellt.

**Tabellé IX. Der Variationskoeffizient unmittelbar vor und nach der Durchforstung.**

N:o	Alter	Der Variationskoeffizient vor der Durchforstung V	Der Variationskoeffizient nach der Durchforstung V'	V - V'	$\frac{V - V'}{s(V - V')}$
20 a	19	33.314	21.662	11.652	15.251
20 b	23	24.176	21.036	3.140	4.558
23 a	25	34.617	23.429	11.188	12.148
23 b	29	25.410	21.284	4.126	4.889
20 c	30	24.835	22.809	2.026	2.529
23 c	36	25.239	22.505	2.734	2.796
34 a	37	36.907	29.146	7.761	6.784
34 b	42	31.858	28.104	3.754	3.184
44 a	44	32.177	26.065	6.112	4.797
34 c	48	31.172	25.435	5.737	4.524
44 b	50	29.552	27.335	2.217	1.606
44 c	57	30.077	26.530	3.547	2.318
57 a	63	25.772	23.115	2.657	2.155
58 a	65	26.699	24.166	2.533	1.974
57 b	68	23.495	21.805	1.690	1.389
58 b	70	24.608	23.802	0.806	0.626
57 c	74	23.454	21.826	1.628	1.275
64 a	75	23.880	21.745	2.135	1.432
58 c	76	25.259	23.099	2.160	1.565
57 d	80	23.249	21.302	1.947	1.430
58 d	82	24.479	21.905	2.574	1.757
64 b	86	23.154	21.202	1.952	1.244

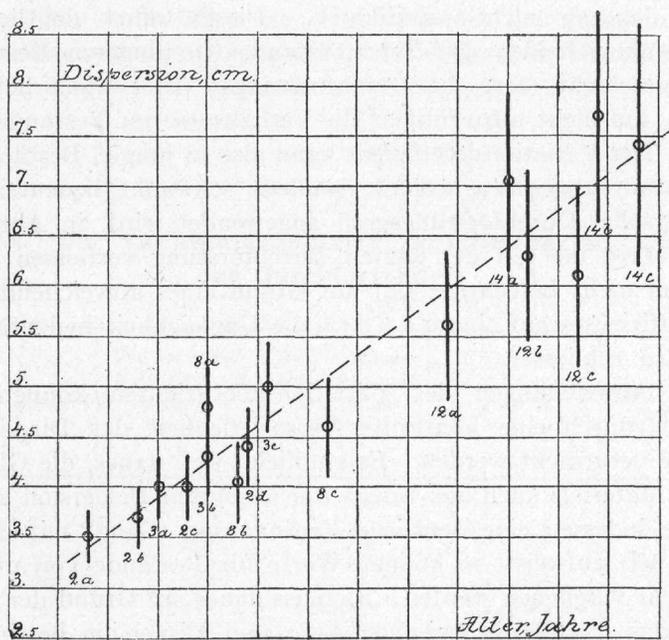
Aus obenstehender Tabelle, in der die Bestände nach dem Alter geordnet sind, geht hervor, dass sich in jüngeren Beständen ein beträchtlicher Unterschied findet zwischen dem Variationskoeffizienten vor und nach der Durchforstung.

Die grössten Differenzen kommen bei der ersten Beobachtung auf der betreffenden Beobachtungsfläche vor, aber selbst bei der dritten Beobachtung, also seitdem die Bestände c:a 15 Jahre einer gleichartigen Behandlung unterworfen waren, überschreiten die Differenzen noch dreimal den Mittelfehler. In älteren Beständen sind die Unterschiede dagegen nicht signifikativ. Dieses rührt deutlich daher, dass das Ausscheiden des Nebenbestandes in jüngeren Beständen so schnell geschieht, dass die Durchforstungen öfter wiederholt werden müssten, um nicht allzu fühlbar die Verhältnisse im Bestande umzugestalten. Der Variationskoeffizient kann also in jungen Beständen nicht als konstant angesehen werden, sondern schwankt bedeutend, selbst wenn derselbe Durchforstungsgrad angewendet wird, in Abhängigkeit von der Zeit, die seit der letzten Durchforstung verflossen ist. Man ist darum nicht berechtigt, nur auf Grund eines abweichenden Variationskoeffizienten auf eine dauernde Ungleichheit in der Stammverteilung zu schliessen.

Die Abweichungen der Variationskoeffizienten können andererseits auch durch eine konstante Verschiedenheit der Dispersion der Bestände verursacht werden. Es empfiehlt sich daher, die Gleichartigkeit des Materials auch aus Anlass der absoluten Dispersion zu prüfen. Da diese indessen eine deutliche Veränderung (Gang) mit dem Alter (s. Tab. VI) aufweist, so können Werte für Bestände von ungleichem Alter nicht verglichen werden. Es muss daher auf Grund der Beobachtungen das Verhältnis zwischen Alter und Dispersion bestimmt werden, um sodann den Unterschied zwischen dem ursprünglichen und dem aus sämtlichen Beobachtungen für entsprechendes Alter berechneten Werte der Dispersion mit dem bezüglichen Mittelfehler zu vergleichen.

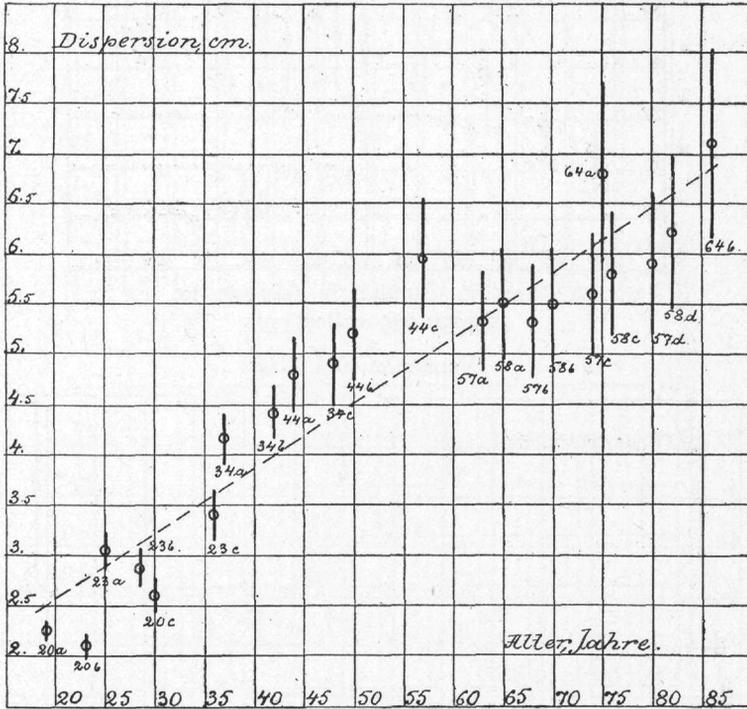
Auf Grund der festen geradlinigen Korrelation, die vorher zwischen Dispersion und Mittelwert der Stammverteilungsreihe festgestellt wurde, kann man, da der Mitteldurchmesser proportional dem Alter zunimmt, voraussetzen, dass auch die Dispersion sich in gleicher Weise verhält. Dass es in der Tat so ist, sieht man deutlich, wenn man in einem Diagramm (vgl. Diagr N:o 14—26) mit dem Alter als Abszisse, die Dispersion in den verschiedenen Beständen als Ordinate einzeichnet.

## Dispersion und Alter.



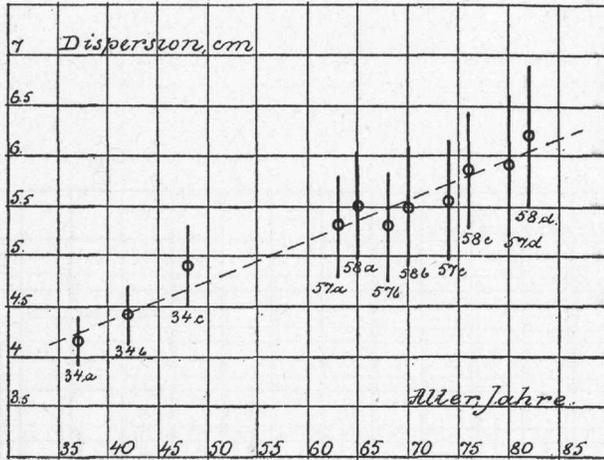
Diagr. 14. Bonität I.

## Dispersion und Alter.



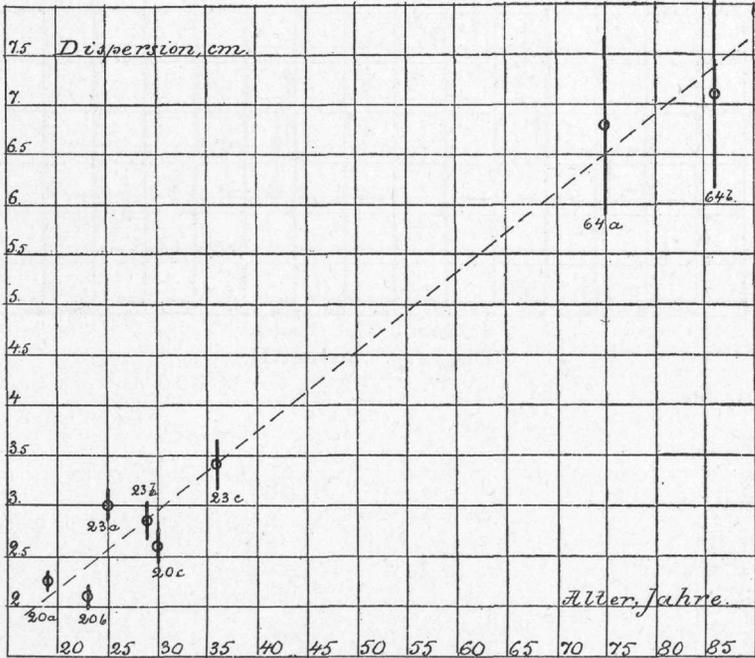
Diagr. 15. Bonität II.

Dispersion und Alter.



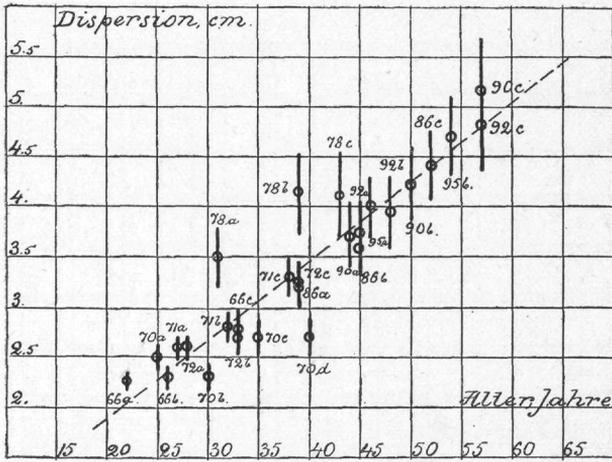
Diag. 16. Bonität II, Gruppe A;  
Stammreiche Bestände.

Dispersion und Alter.

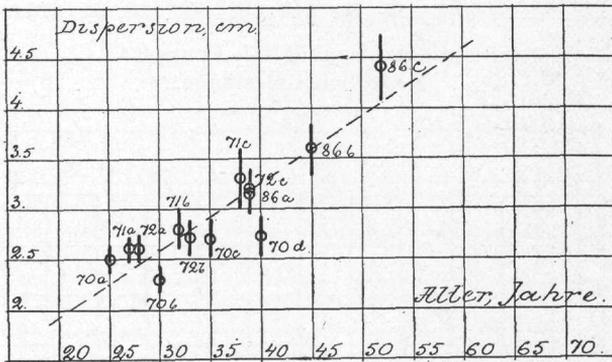
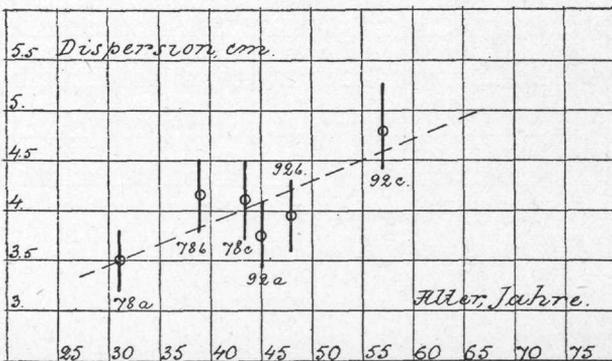


Diag. 17. Bonität II, Gruppe B;  
Stammarme Bestände.

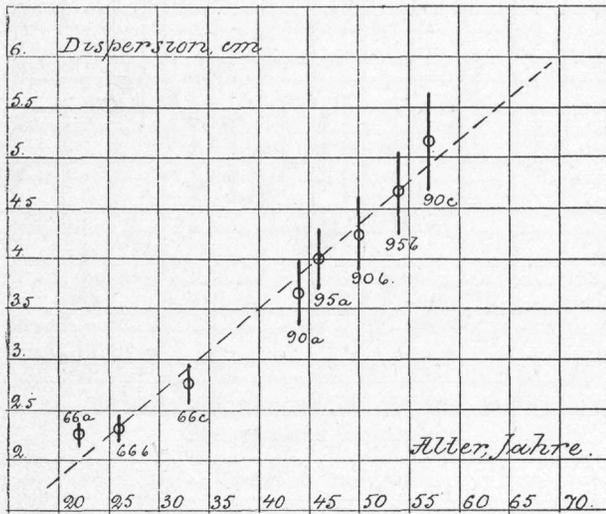
## Dispersion und Alter.



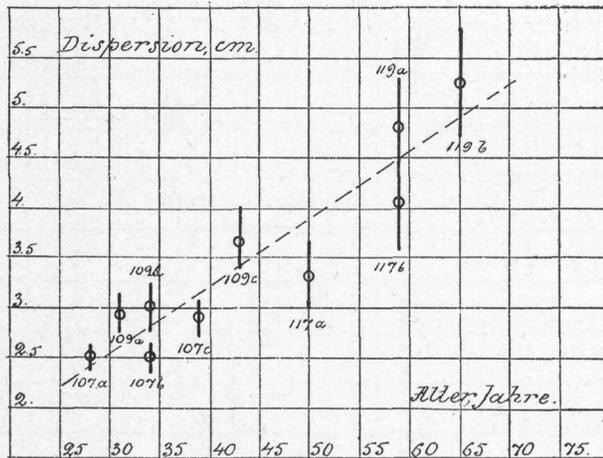
Diagr. 18. Bonität III.

Diagr. 19. Bonität III, Gruppe A;  
Stammreiche Bestände.Diagr. 20. Bonität III, Gruppe B;  
Stammarme Bestände.

Dispersion und Alter.

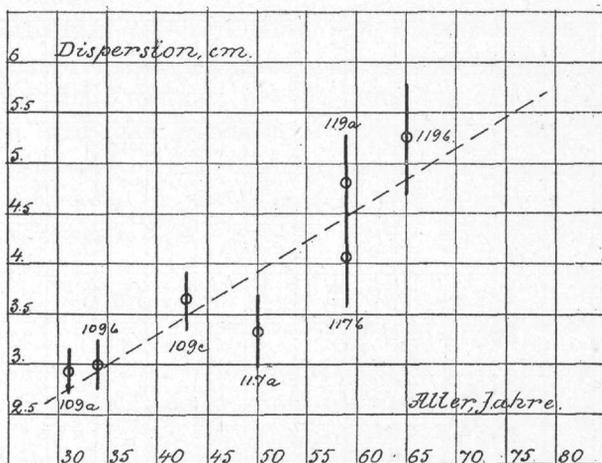


Diagr. 21. Bonität III, Gruppe C;  
Mitteldichte Bestände.

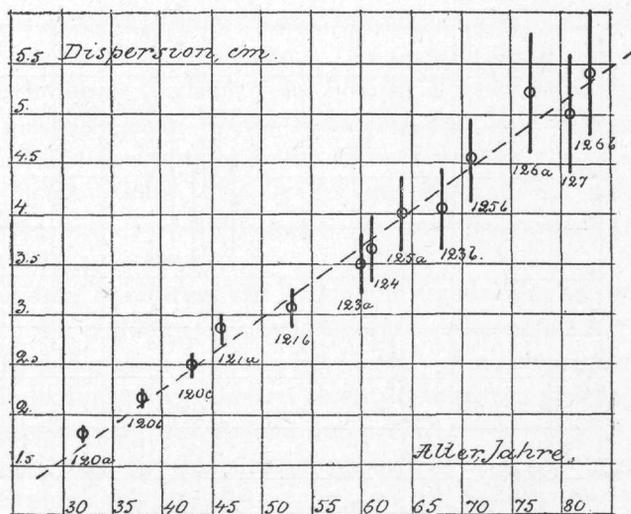


Diagr. 22. Bonität IV.

## Dispersion und Alter.

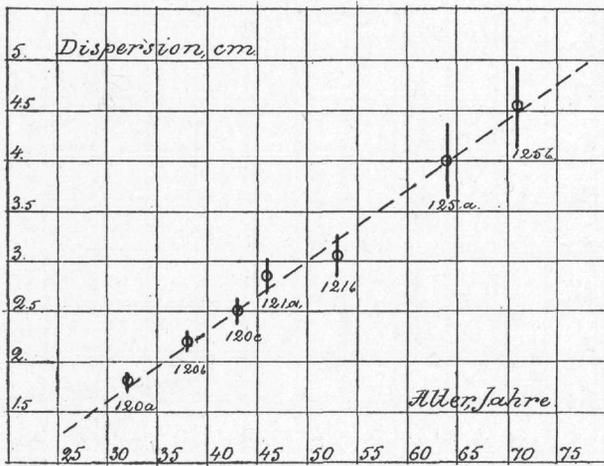


Diagr. 23. Bonität IV, Gruppe B;  
Stammarme Bestände.

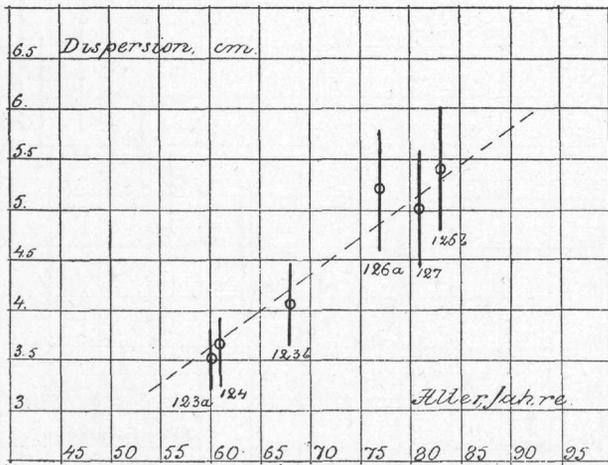


Diagr. 24. Bonität V.

Dispersion und Alter.



Diagr. 25. Bonität V, Gruppe A;  
Stammreiche Bestände.



Diagr. 26. Bonität V, Gruppe B;  
Stammarme Bestände.

Die Endpunkte der Ordinaten liegen allerdings unregelmässig zerstreut, aber sucht man die Abweichungen durch eine kontinuierliche Linie auszugleichen, so ist in den meisten Fällen ein geradliniger Verlauf unzweifelhaft.

Das Verhältnis zwischen Alter und Dispersion kann daher analytisch in der Form einer Gleichung ersten Grades ausgedrückt werden. Bestimmt man die Konstante der Gleichung aus den beobachteten Bestandesaltern und den zugehörigen Dispersionswerten der Stammverteilungsreihe nach der Methode der kleinsten Quadrate, so ergeben sich folgende Gleichungen zwischen dem Alter  $A$  und dem ausgeglichenen Dispersionswerte  $\sigma'$ .

Bonität	I	$\sigma' = 0,07086 A + 1,432$
„	II	$\sigma' = 0,06467 A + 1,305$
„	III	$\sigma' = 0,07759 A + 0,376$
„	IV	$\sigma' = 0,06629 A + 0,568$
„	V	$\sigma' = 0,07008 A - 0,506$

Wie aus Tabelle X hervorgeht, wo der Unterschied zwischen ursprünglicher und ausgeglichener Dispersion mit den bezüglichen Mittel Fehlern zusammengestellt ist, kann das Material auch nicht hinsichtlich der Dispersion als homogen angesehen werden, indem Abweichungen von dem ausgeglichenem Werte vorkommen, die nicht von Zufälligkeiten verursacht werden können. Die verschiedenen Bonitäten verhalten sich indessen ungleich. In Bonität I weicht nur Bestand 8 a von dem ausgeglichenen Werte bemerkenswert ab, während demgegenüber alle anderen innerhalb der Grenze  $\pm 3 \varepsilon (\sigma)$  liegen.

Diese Bonität kann also, wenn der Bestand 8 a ausgeschieden wird, als eine betreffs der Dispersion in sich gleichartige Gruppe betrachtet werden.

Die anderen Bonitäten, mit Ausnahme der fünften, bei der Abweichungen, die die zufällige Variationsgrenze überschreiten, nicht vorkommen, sind dagegen deutlich heterogen. Die Dispersion gibt also in diesem Falle im grossen Ganzen einen Ausschlag in gleicher Richtung wie die Untersuchung des Mitteldurchmessers.

Gruppiert man die Beobachtungsbestände in den Bonitäten II—V nach der Stammzahl pro Hektar, in den auf Seite 51 und 52 genannten Gruppen und gleicht man nach der Methode der kleinsten Quadrate

Tabelle X. Beobachtete und ausgeglichene Dispersion.

N:o	Bonität	Alter	Beobachtete Dispersion $\sigma$ cm	Ausgeglichene Dis- persion $\sigma^1$ cm	$\sigma - \sigma^1$ cm	$\frac{\sigma - \sigma^1}{\varepsilon(\sigma)}$
2 a	I	28	3.501	3.416	+ 0.085	+ 1.01
2 b	»	33	3.708	3.770	- 0.062	- 0.65
3 a	»	35	4.007	3.912	+ 0.095	+ 0.91
2 c	»	38	4.018	4.125	- 0.107	- 0.96
3 b	»	40	4.314	4.267	+ 0.047	+ 0.36
8 a	»	40	4.828	4.267	+ 0.561	+ 4.16
8 b	»	43	4.079	4.479	- 0.400	- 2.96
2 d	»	44	4.355	4.550	- 0.195	- 1.51
3 c	»	46	5.037	4.692	+ 0.345	+ 2.19
8 c	»	52	4.636	5.117	- 0.481	- 2.95
12 a	»	64	5.646	5.967	- 0.321	- 1.28
14 a	»	70	7.146	6.392	+ 0.754	+ 2.36
12 b	»	72	6.265	6.534	- 0.269	- 0.92
12 c	»	77	6.081	6.888	- 0.807	- 2.60
14 b	»	79	7.660	7.030	+ 0.630	+ 1.74
14 c	»	83	7.444	7.314	+ 0.130	+ 0.33
20 a	II	19	2.265	2.534	- 0.269	- 7.08
20 b	»	23	2.120	2.792	- 0.672	- 16.39
23 a	»	25	3.056	2.922	+ 0.134	+ 2.32
23 b	»	29	2.867	3.180	- 0.313	- 4.82
20 c	»	30	2.601	3.245	- 0.644	- 11.50
23 c	»	36	3.406	3.633	- 0.227	- 2.55
34 a	»	37	4.162	3.698	+ 0.464	+ 5.46
34 b	»	42	4.392	4.021	+ 0.371	+ 3.47
44 a	»	44	4.794	4.150	+ 0.644	+ 5.00
34 c	»	48	4.942	4.409	+ 0.533	+ 3.98
44 b	»	50	5.208	4.538	+ 0.670	+ 4.24
44 c	»	57	5.960	4.991	+ 0.969	+ 4.87
57 a	»	63	5.323	5.379	- 0.056	- 0.33
58 a	»	65	5.497	5.508	- 0.011	- 0.06
57 b	»	68	5.333	5.702	- 0.369	- 1.95
58 b	»	70	5.461	5.832	- 0.371	- 1.95
57 c	»	74	5.581	6.090	- 0.509	- 2.47
64 a	»	75	6.837	6.155	+ 0.682	+ 2.32
58 c	»	76	5.873	6.220	- 0.347	- 1.62
57 d	»	80	5.938	6.478	- 0.540	- 2.33
58 d	»	82	6.208	6.608	- 0.400	- 1.61
64 b	»	86	7.132	6.866	+ 0.266	+ 0.83
66 a	III	22	2.264	2.083	+ 0.181	+ 4.64
70 a	»	25	2.545	2.316	+ 0.229	+ 5.33
66 b	»	26	2.283	2.393	- 0.110	- 2.50
71 a	»	27	2.637	2.471	+ 0.166	+ 3.87
72 a	»	28	2.618	2.548	+ 0.070	+ 1.59
70 b	»	30	2.293	2.704	- 0.411	- 9.35
78 a	»	31	3.506	2.781	+ 0.725	+ 7.25
71 b	»	32	2.834	2.859	- 0.025	- 0.46

N:o	Bonität	Alter	Beobachtete Dispersion $\sigma$ cm	Ausgegli- chene Dis- persion $\sigma^1$ cm	$\sigma - \sigma^1$ cm	$\frac{\sigma - \sigma^1}{\varepsilon(\sigma)}$
72 b	III	33	2.723	2.936	- 0.213	- 4.02
66 c	»	33	2.770	2.936	- 0.166	- 2.77
70 c	»	35	2.716	3.091	- 0.375	- 7.08
71 c	»	38	3.317	3.324	- 0.007	- 0.11
86 a	»	39	3.182	3.402	- 0.220	- 3.14
72 c	»	39	3.231	3.402	- 0.171	- 2.56
78 b	»	39	4.150	3.402	+ 0.748	+ 6.08
70 d	»	40	2.730	3.479	- 0.749	- 11.89
78 c	»	43	4.113	3.712	+ 0.401	+ 3.06
90 a	»	44	3.684	3.790	- 0.106	- 1.08
86 b	»	45	3.611	3.867	- 0.256	- 2.94
92 a	»	45	3.748	3.867	- 0.119	- 1.06
95 a	»	46	4.012	3.945	+ 0.067	+ 0.63
92 b	»	48	3.945	4.100	- 0.155	- 1.25
90 b	»	50	4.234	4.255	- 0.021	- 0.17
86 c	»	52	4.434	4.410	+ 0.024	+ 0.20
95 b	»	54	4.674	4.566	+ 0.108	+ 0.80
92 c	»	57	4.820	4.798	+ 0.022	+ 0.14
90 c	»	57	5.161	4.798	+ 0.363	+ 2.27
107 a	IV	28	2.486	2.424	+ 0.062	+ 1.45
109 a	»	31	2.925	2.623	+ 0.302	+ 4.03
107 b	»	34	2.507	2.822	- 0.315	- 6.57
109 b	»	34	3.019	2.822	+ 0.197	+ 2.43
107 c	»	39	2.943	3.153	- 0.210	- 3.56
109 c	»	43	3.677	3.418	+ 0.259	+ 2.52
117 a	»	50	3.307	3.882	- 0.575	- 4.75
117 b	»	59	4.057	4.479	- 0.422	- 2.65
119 a	»	59	4.801	4.479	+ 0.322	+ 1.98
119 b	»	65	5.253	4.877	+ 0.376	+ 2.02
120 a	V	32	1.806	1.737	+ 0.069	+ 2.66
120 b	»	38	2.179	2.157	+ 0.022	+ 0.69
121 a	»	46	2.880	2.718	+ 0.162	+ 2.85
120 c	»	43	2.518	2.507	+ 0.011	+ 0.28
121 b	»	53	3.061	3.208	- 0.147	- 2.13
123 a	»	60	3.514	3.699	- 0.185	- 1.70
124	»	61	3.656	3.769	- 0.113	- 1.00
125 a	»	64	3.998	3.979	+ 0.019	+ 0.15
123 b	»	68	4.073	4.259	- 0.186	- 1.34
125 b	»	71	4.567	4.470	+ 0.097	+ 0.65
126 a	»	77	5.205	4.890	+ 0.315	+ 1.58
127	»	81	4.981	5.170	- 0.189	- 0.97
126 b	»	83	5.438	5.310	+ 0.128	+ 0.60

die ursprünglichen Dispersionswerte innerhalb jeder Gruppe aus, so erhält man folgende Gleichungen, die das Verhältnis zwischen Alter und Dispersion ausdrücken:

Bonität II.	Gruppe A.	Stammreiche Bestände	$\sigma' = 0.04001 A + 2.773$
„	„	B. Stammarme	„ $\sigma' = 0.07842 A + 0.619$
„	„	C. Mitteldichte	„ $\sigma' = 0.09018 A + 0.782$
Bonität III	„	A. Stammreiche	„ $\sigma' = 0.06638 A + 0.626$
„	„	B. Stammarme	„ $\sigma' = 0.04147 A + 2.229$
„	„	C. Mitteldichte	„ $\sigma' = 0.08299 A + 0.191$
Bonität IV	„	A. Stammreiche	„ $\sigma' = 0.04029 A + 1.289$
„	„	B. Stammarme	„ $\sigma' = 0.06113 A + 0.885$
Bonität V	„	A. Stammreiche	„ $\sigma' = 0.06985 A - 0.461$
„	„	B. Stammarme	„ $\sigma' = 0.07316 A - 0.766$

Wie aus der Zusammenstellung in der Tabelle und den Diagr. N:o 16. 17. 19. 20. 21. 23. 25 u. 26 hervorgeht, werden die Schwankungen in der Dispersion beträchtlich durch die Gruppierung verringert. Alle Gruppen stellen sich jedoch nicht als ganz gleichartig dar, indem Unterschiede zwischen dem ausgeglichenen und dem ursprünglichen Dispersionswerte, die die zufällige Variationsgrenze überschreiten, selbst nach der Gruppierung vorkommen.

Der grösseren Übersichtlichkeit wegen habe ich in folgender Tabelle die signifikativen Unterschiede zwischen den ausgeglichenen und den ursprünglichen Dispersionswerten zusammengestellt.

Bonität.	Gruppe.	N:o	Alter	Richtung und Grösse der Abweichung mit dem mittleren Fehler als Einheit.
II	B	20 a	19	+ 4.0
»	»	20 b	23	- 7.4
»	»	20 c	30	- 6.6
»	»	23 a	25	+ 8.2
III	A	70 a	25	+ 6.3
»	»	70 b	30	- 7.4
»	»	70 c	35	4.4
»	»	70 d	40	- 8.7
»	»	71 a	27	+ 5.1
»	C	66 a	22	+ 6.3
IV	B	117 a	50	- 5.2

**Tabelle XI. Beobachtete und ausgeglichene Dispersion in den nach Stammzahl gebildeten Gruppen.**

N:o	Bonität	Alter	Beobachtete Dispersion $\sigma$ cm	Ausgeglichene Dispersion $\sigma^1$ cm	$\sigma - \sigma^1$	$\frac{\sigma - \sigma^1}{\varepsilon(\sigma)}$
Gruppe A. Stammreiche Bestände						
34 a	II	37	4.162	4.253	- 0.091	- 1.07
34 b	»	42	4.392	4.453	- 0.061	- 0.57
34 c	»	48	4.942	4.693	+ 0.249	+ 1.86
57 a	»	63	5.323	5.294	+ 0.029	+ 0.17
58 a	»	65	5.497	5.374	+ 0.123	+ 0.69
57 b	»	68	5.333	5.494	- 0.161	- 0.85
57 c	»	74	5.581	5.734	- 0.153	- 0.74
58 b	»	70	5.461	5.574	- 0.113	- 0.60
58 c	»	76	5.873	5.814	+ 0.059	+ 0.28
57 d	»	80	5.938	5.974	- 0.036	- 0.16
58 d	»	82	6.208	6.054	+ 0.154	+ 0.62
Gruppe B. Stammarme Bestände						
20 a	II	19	2.265	2.109	+ 0.156	+ 4.10
20 b	»	23	2.120	2.423	- 0.303	- 7.40
23 a	»	25	3.056	2.580	+ 0.476	+ 8.20
23 b	»	29	2.867	2.893	- 0.026	- 0.40
20 c	»	30	2.601	2.972	- 0.371	- 6.63
23 c	»	36	3.406	3.442	- 0.036	- 0.40
64 a	»	75	6.837	6.501	+ 0.336	+ 1.14
64 b	»	86	7.132	7.363	- 0.231	- 0.72
Gruppe C. Mitteldichte Bestände						
44 a	II	44	4.794	4.750	+ 0.044	+ 0.34
44 b	»	50	5.208	5.291	- 0.083	- 0.53
44 c	»	57	5.960	5.922	+ 0.038	+ 0.19
Gruppe A. Stammreiche Bestände						
70 a	III	25	2.545	2.285	+ 0.260	+ 6.05
71 a	»	27	2.637	2.418	+ 0.219	+ 5.10
72 a	»	28	2.618	2.485	+ 0.133	+ 3.02
70 b	»	30	2.293	2.617	- 0.324	- 7.37
71 b	»	32	2.834	2.750	+ 0.084	+ 1.56
72 b	»	33	2.723	2.817	- 0.094	- 1.78
70 c	»	35	2.716	2.949	- 0.233	- 4.40
71 c	»	38	3.317	3.148	+ 0.169	+ 2.56
72 c	»	39	3.231	3.215	+ 0.016	+ 0.24
86 a	»	39	3.182	3.215	- 0.033	- 0.47
70 d	»	40	2.730	3.281	- 0.551	- 8.74
86 b	»	45	3.611	3.613	- 0.002	- 0.02
86 c	»	52	4.434	4.078	+ 0.356	+ 3.02

N:o	Bonität	Alter	Beobachtete Dispersion $\sigma$ cm	Ausgegli- chene Dis- persion $\sigma^1$ cm	$\sigma - \sigma^1$	$\frac{\sigma - \sigma^1}{\varepsilon(\sigma)}$
Gruppe B. Stammarme Bestände						
78 a	III	31	3.506	3.515	- 0.009	- 0.09
78 b	»	39	4.150	3.846	+ 0.304	+ 2.47
78 c	»	43	4.113	4.012	+ 0.101	+ 0.77
92 a	»	45	3.74 <sup>8</sup>	4.095	- 0.347	- 3.10
92 b	»	4 <sup>8</sup>	3.945	4.220	- 0.275	- 2.22
92 c	»	57	4.820	4.593	+ 0.227	+ 1.45
Gruppe C. Mitteldichte Bestände						
66 a	III	22	2.264	2.017	+ 0.247	+ 6.34
66 b	»	26	2.283	2.349	- 0.066	- 1.50
66 c	»	33	2.770	2.930	- 0.160	- 2.67
90 a	»	44	3.684	3.843	- 0.159	- 1.62
95 a	»	46	4.012	4.009	+ 0.003	+ 0.03
90 b	»	50	4.234	4.341	- 0.107	- 0.86
95 b	»	54	4.674	4.672	+ 0.002	+ 0.01
90 c	»	57	5.161	4.921	+ 0.240	+ 1.50
Gruppe A. Stammreiche Bestände						
107 a	IV	28	2.486	2.417	+ 0.069	+ 1.61
107 b	»	34	2.507	2.659	- 0.152	- 3.17
107 c	»	39	2.943	2.860	+ 0.083	+ 1.41
Gruppe B. Stammarme Bestände						
109 a	IV	31	2.925	2.780	+ 0.145	+ 1.93
109 b	»	34	3.019	2.963	+ 0.056	+ 0.69
109 c	»	43	3.677	3.514	+ 0.163	+ 1.58
117 a	»	50	3.307	3.941	- 0.634	- 5.24
117 b	»	59	4.057	4.492	- 0.435	- 2.74
119 a	»	59	4.801	4.492	+ 0.309	+ 1.90
119 b	»	65	5.253	4.85 <sup>8</sup>	+ 0.395	+ 2.13
Gruppe A. Stammreiche Bestände						
120 a	V	32	1.806	1.774	+ 0.032	+ 1.24
120 b	»	38	2.179	2.193	- 0.014	- 0.44
120 c	»	43	2.51 <sup>8</sup>	2.543	- 0.025	- 0.62
121 a	»	46	2.880	2.752	+ 0.128	+ 2.25
121 b	»	53	3.061	3.241	- 0.180	- 2.61
125 a	»	64	3.99 <sup>8</sup>	4.009	- 0.011	- 0.09
125 b	»	71	4.567	4.49 <sup>8</sup>	+ 0.069	+ 0.46
Gruppe B. Stammarme Bestände						
123 a	V	60	3.514	3.624	- 0.110	- 1.01
124	»	61	3.656	3.697	- 0.041	- 0.36
123 b	»	68	4.073	4.209	- 0.136	- 0.98
126 a	»	77	5.205	4.867	+ 0.338	+ 1.70
127	»	81	4.981	5.160	- 0.179	- 0.91
126 b	»	83	5.43 <sup>8</sup>	5.306	+ 0.132	+ 0.61

Plus-Variationen kommen in der Dispersion also nur bei den ersten Beobachtungen auf der bezw. Beobachtungsfläche vor. In den Fällen, wo bei den zweiten Beobachtungen eine signifikative Abweichung von dem ausgeglichenen Werte vorkommt, ist sie dagegen von entgegengesetztem Vorzeichen und die Bestände weisen einen seiner Richtung nach konstanten bemerkenswerten Unterschied auf derselben Beobachtungsfläche nicht auf.

Die Ursache der Abweichungen ist wahrscheinlich in Ungleichartigkeit der Bestandsbehandlung (Durchforstung) zu suchen. Wie bereits bei der Discussion des Variationskoeffizienten hervorgehoben wurde, wird die Dispersion durch die Durchforstung verringert und unterliegt also einer Veränderung, die der, im allgemeinen mit steigendem Alter eintreffenden, gerade entgegengesetzt ist. Starke Durchforstungen können in so hohem Grade die Dispersion vermindern, dass sie noch bei der folgenden Beobachtung (also 5 Jahre später) geringer ist, als die frühere (siehe z. B. 20 a; 20 b in Bonität II, Gruppe B, und 70 a, 70 b in Bonität III, Gruppe A.)

Auf den Beobachtungsflächen, wo die Stammverteilungsreihe bei der ersten Messung einen ausnahmweise hohen Dispersionswert aufweist, (20, 23 in Bon. II, Gruppe B und 70, 71, 72 in Bon. III, Gruppe A, sowie 66 a in Gruppe C) hat sie, wie aus den Diagrammen hervorgeht, erst von der zweiten Beobachtung an einen Verlauf, der seiner Richtung nach mit dem für die Gruppe allgemeinen übereinstimmt. Es liegt daher auf der Hand, dass die Bestände bei der ersten Messung, infolge schwächerer oder in längeren Zwischenräumen wiederholter Durchforstungen, mehr unterdrückte Bäume enthielten, als später, eine Tatsache, die natürlich erhöhend auf die Dispersion wirkte und die starke Durchforstung veranlasste, die die oben bezeichnete schnelle Dispersionsverminderung zur Folge hatte. Dass die Bestände bei der ersten Beobachtung einen in gewissem Sinne von einander abweichenden Charakter hatten, ist umso wahrscheinlicher, als nicht allein die Stärke der Durchforstung, sondern auch die Zeit, die zwischen je zwei Durchforstungen verfließt, auf die Dispersion einwirkt, und da Durchforstungen in der Praxis nicht ebenso oft und regelmässig vorgenommen werden, wie es hier geschehen ist.

Die einzige signifikative Abweichung zwischen ursprünglicher und ausgeglichener Dispersion in Bonität IV kommt auch bei der ersten Beobachtung auf der betreffenden Beobachtungsfläche vor. Die Dispersion hat in diesem Falle einen zu niedrigen Wert, und da sie bei der folgenden Beobachtung übereinstimmt mit der für die betr. Grup-

pen gewöhnlichen, so ist es wahrscheinlich, dass die auffallend kleine Dispersion in einer kurz vor der ersten Beobachtung im Bestande vorgenommenen Durchforstung begründet ist. Werden die bei der ersten Erhebung auf den Beobachtungsflächen 20, 23 Bon. II, Gruppe B; 70, 71, 72 Bon. III, Gruppe A, 66 Bon. III, Gruppe C sowie 117 Bon. IV, Gruppe B, ermittelten Stammverteilungsreihen ausgeschieden, die alle eine abnorme Dispersion und, mit Ausnahme von Bestand 117 a, eine von der allgemeinen abweichende Entwicklung zeigen, so werden die betreffenden Gruppen, wie aus den Diagrammen hervorgeht, bedeutend gleichartiger, indem die übrigen signifikativen Abweichungen verringert werden. Ein Ausschliessen der obengenannten Bestände erscheint voll berechtigt, da sie einen abweichenden Charakter zeigen und man nicht zur Genüge die frühere Behandlung derselben kennt, und folglich auch keinen sicheren Grund hat, sie als mit dem übrigen Material homogen anzusehen, umsomehr als die Regelmässigkeit des Bestandes bei der ersten Beobachtung auch bei der Bearbeitung der schweizerischen Versuchsanstalt in Frage gestellt wird.<sup>1)</sup>

Einzig und allein aus Anlass einer abnormen Dispersion Bestände auszumustern ist jedoch eine heikle Sache. Nimmt man z. B. Bon. III, Gruppe A (vgl. Diagr. N:o 19), so liegt es auf Grund der Grösse der Abweichung nahe die Bestände 70 b und 70 c als die heterogenen Elemente zu betrachten. Wenn diese eliminiert werden, so wird die Gruppe sich unzweifelhaft homogener zeigen. Dass ein solches Verfahren jedoch ein Fehlgriff wäre, ist klar, da man weiss, dass die Bestände 70 b und 70 c sowohl hinsichtlich der Bestandspflege, als auch hinsichtlich die Entwicklungsrichtung der Dispersion mit den meisten Beständen der Gruppe übereinstimmen.

Der Einfluss der eventuellen Ausschliessungen auf den Gang der ausgeglichenen Werte kann als Leitung bei der Beurteilung, welche Beobachtungen auszuschliessen sind, dienen. Werden die Bestände 70 a, 71 a und 72 a weggelassen, nimmt die Entwicklungslinie der Dispersion einen steileren Verlauf und nähert sich dem Origo, was nicht nur mit der Entwicklungsrichtung der verschiedenen Bestände übereinstimmender, sondern auch plausibler ist.

---

<sup>1)</sup> FLURY, a. A. S. 51. »Obschon bei den Ertragsprobeflächen allgemein ein mittlerer Durchforstungsgrad als Norm gilt, darf beispielweise die Masse der ersten Aufnahme nicht ohne Weiteres als Ausdruck der Bonität aufgefasst werden. Die Masse ist recht oft infolge früher unterbliebener oder sehr schwacher Durchforstungen verhältnismässig zu hoch.»

Prüft man den Variationskoeffizienten (Tabelle VIII) der obenerwähnten Bestände mit abweichender Dispersion, so ergibt sich, dass auch dieser extreme Werte hat. Werden die obengenannten Bestände bei der Bearbeitung unberücksichtigt gelassen, zeigen die Variationskoeffiziente der resp. Gruppen, mit Ausnahme einer einzigen (der stark durchforstete Bestand 70 d), keine signifikativen Verschiedenheiten. Der Variationskoeffizient gibt also in diesem Falle denselben Ausschlag betreffs der Homogenität des Materials, wie die absolute Dispersion, indem Bestände mit einem abweichenden Dispersionswert auch signifikativ verschiedene Variationskoeffizienten aufweisen.

Andererseits kommen bei dem Variationskoeffizienten in Bestandesgruppen, die bezüglich der absoluten Dispersion vollkommen homogen erscheinen, Fluktuationen vor, die die Grenzen der zufälligen Variation überschreiten. Dieses ist der Fall betreffs der Bestände auf der Beobachtungsfläche N:o 34 in der Bonität II, Gruppe A. Der Variationskoeffizient dieser Bestände schwankt nicht um den für die ganze Gruppe berechneten mittleren Wert, wie es gewöhnlich der Fall ist, wenn grössere Differenzen vorkommen, sondern hat in allen drei Beständen einen ausnahmsweise hohen Wert. Man hat es also hier mit einer konstanten Verschiedenheit des Bestandes zu tun, welche auch bei der dritten Beobachtung, nachdem zwei Durchforstungen vorgenommen waren, deutlich hervortritt. Der abweichende Variationskoeffizient dürfte somit nicht von der früher hervorgehobenen auf den Einfluss der Durchforstungen zurückzuführenden Labilität desselben verursacht sein. Der konstatierte hohe Wert kann auf einem verhältnismässig kleinen Mittel oder einer grossen Dispersion der Stammverteilungsreihe beruhen, event. auf einem Zusammenwirken dieser beiden Umstände. Was den Durchmesser betrifft, so ist er (siehe Diagr. N:o 3) in 34 a zwar kleiner als der ausgeglichene Wert und kann somit gewissermassen erhöhend auf den Variationskoeffizienten einwirken, in 34 b und 34 c hat dagegen der Durchmesser eine positive Abweichung. Der ausgeglichene Wert stimmt sehr gut mit der Entwicklungsrichtung der verschiedenen Bestände überein und scheint nicht bei dem betreffenden Alter einen zu niedrigen Wert zu haben (die Linie schneidet die y-Achse bei 0,677 cm).

Das oben Erwähnte würde also darauf hindeuten, dass die Dispersion einen zu hohen Wert hat. Die Linie in dem Diagramm N:o 16, das die Entwicklung der Dispersion mit dem Alter veranschaulicht, hat auch eine ungewöhnlich kleine Neigung und nach derselben hat die Dispersion im Alter von 40 Jahren einen grösseren Wert, als in irgend

einer anderen Gruppe, obgleich z. B. im Alter von 70 Jahren höhere Dispersionswerte in anderen Gruppen auftreten. Da die Bestände auf der Beobachtungsfläche N:o 34 ausserdem sehr stammreich sind, darf man voraussetzen, dass sie früher in einer von den übrigen abweichenden Weise behandelt wurden (zu schwache Durchforstung?) und dass die Dispersion zufolge dessen abnorm hoch ist. Es ist jedenfalls zu bezweifeln, dass die betreffenden Bestände zur selben Entwicklungsreihe wie die übrigen zu dieser Gruppe gehörenden gezählt werden können.

Ein analoger Fall mit signifikativ abweichendem Variationskoeffizient, obgleich die absolute Dispersion auf ein homogenes Material hinweist, kommt in der Bonität V, Gruppe A vor. Auch hier hält sich der Variationskoeffizient in den abweichenden Beständen (120 a, 120 b und 120 c) konstant über dem Mittelwert mit einer Abweichung von demselben, die nicht dem Einfluss zufälliger Variationen zuzuschreiben ist. In dieser Gruppe hat aber auch der Mitteldurchmesser (siehe Diagr. N:o 12) einen abweichenden Entwicklungsgang, der den hohen Wert des Variationskoeffizienten erklärt, und der schon bei der Besprechung des Mitteldurchmessers die Ausscheidung dieser Bestände aus der Gruppe veranlasst hat.

Die Gruppe A der Bonität IV ist auch zu den, der Dispersion nach zu urteilen, homogenen Gruppen gezählt worden, obgleich Abweichungen von c:a 3,2 mal den Mittelfehler von dem ausgeglichenen Dispersionswert vorkommen. In dieser Gruppe hat der Bestand 107 a einen abnorm hohen Variationskoeffizient. Die Ursache hier für ist wahrscheinlich eine allzu lange aufgeschobene Durchforstung, ein Umstand, welcher wie früher hervorgehoben wurde, auf den Variationskoeffizient erhöhend einwirkt, indem dadurch die Dispersion in der Stammverteilungsreihe vergrößert und das Mittel in entgegengesetzter Richtung verändert wird. Die schwache Neigung der Linie, die den ausgeglichenen Dispersionswert darstellt, und die Tatsache, dass die Dispersion auf Grund der zweiten Erhebung auf der betreffenden Beobachtungsfläche denselben Wert hat wie bei der ersten, obgleich eine Zunahme während der 13 Jahre, die zwischen den Erhebungen verflossen sind, hätte stattfinden sollen, deuten auch auf eine zu hohe Dispersion der Stammverteilungsreihe im Bestande 107 a. Von der zweiten bis zu der dritten Erhebung, nachdem die Beobachtungsfläche einer mit den übrigen gleichartigen Behandlung unterworfen war, hat sich die Dispersion in einer mit der allgemeinen Entwicklungsrichtung übereinstimmender Weise verändert, was die Ansicht zu rechtfertigen scheint,

dass der abweichende Charakter des bei der ersten Erhebung auf der Beobachtungsfläche befindlichen Bestandes auf einer Ungleichheit in der früheren Behandlung beruht.

In allen den Fällen, wo der Variationskoeffizient von dem für die betr. Gruppe typischen Mittelwert signifikativ abweicht, können demnach auch andere Verschiedenheiten mit grösserer oder geringerer Wahrscheinlichkeit in dem Bestande nachgewiesen werden, welche seine Angehörigkeit zu derselben homogenen Entwicklungsreihe zweifelhaft machen.

Betreffs der Dispersion und des Variationskoeffizienten der Stammverteilungsreihe ergibt die Untersuchung somit:

dass die Heterogenität, die zwischen Beständen, welche zu derselben Bonität gehören, vorhanden ist, zwar kleiner wird, wenn man die Bestände in Gruppen mit ungefähr übereinstimmender Stammzahl bei entsprechendem Alter vereinigt, dass aber eine vollständige Homogenität hinsichtlich der Entwicklung der Dispersion dadurch nicht erreicht wird;

dass die Variationskoeffizienten in Beständen, die eine übereinstimmende Entwicklung der Dispersion und des Mittels der Stammverteilungsreihe aufweisen, innerhalb der Grenzen der zufälligen Variationen konstant sind und somit zur Leitung dienen können, wenn es zu entscheiden gilt, ob die Bestände zu derselben Entwicklungsreihe gezählt werden dürfen;

dass der Variationskoeffizient bei Durchforstungen der Bestände plötzlichen Veränderungen unterworfen ist, die zu signifikativen Unterschieden zwischen dem Variationskoeffizient vor und nach der Durchforstung, wenigstens in jüngeren Beständen, führen kann, welcher Umstand beachtet werden muss, wenn die Variationskoeffizienten, zwecks Ermittlung einer event. Übereinstimmung zwischen verschiedenen Beständen, verglichen werden.

## Die Asymmetrie.

Es wurde schon früher hervorgehoben, dass die Stammverteilungsreihe von der allgemeinen (GAUSS') Fehlerverteilungsreihe dadurch abweicht, dass sie negativ asymmetrisch ist, das heisst: Die Anzahl von Elementen unter dem Mittelwert ist grösser als über denselben. Wird die Reihe graphisch dargestellt mit der Mittelwert als Ursprung und den Durchmesser auf der  $x$ -Achse, so bekommt man folglich eine Kurve, die mehr langgestreckt auf der positiven und steiler auf der negativen Seite ist, und deren höchster Punkt einem negativen Abszissenwerte entspricht. Als ein quantitativer Ausdruck für die Asymmetrie in der Verteilungsreihe ist der von CHARLIER<sup>1)</sup> definierte »Koeffizient of dissymmetry«, der Asymmetriekoeffizient  $\beta_3$  angewendet worden. Der Wert dieses letzteren ist in der Tabelle XII mitgeteilt:

Die einzelnen Werte von  $\beta_3$  sind, wie aus den grossen Mittelfehlern hervorgeht, besonders in älteren Beständen sehr variabel.

Setzt man sie aber mit einander in Verbindung, so ist es unzweifelhaft, dass der Asymmetriekoeffizient in der Regel einen Wert von etwa  $-0,070$  bis  $-0,100$  hat.

Die  $\beta_3$ -Werte zeigen keine regelmässige Veränderung mit dem Alter, weder wenn man die Spalte in der Tabelle XII betrachtet, wo die Bestände innerhalb jeder Bonität nach dem Alter geordnet sind, noch wenn man die Asymmetriekoeffizienten in verschiedenen alten Beständen auf derselben Beobachtungsfläche vergleicht. Im letzteren Falle zeigen die  $\beta_3$ -Werte oft eine bemerkenswerte Konstanz. Es scheint also, als sei die Asymmetrie in den Stammverteilungsreihen unabhängig vom Alter. Eine Ungleichheit in den Faktoren, von denen die Asymmetrie abhängt, findet sich jedoch unter den zur gleichen Bonität gehörigen Beständen vor. Vergleicht man nämlich den Unterschied

---

<sup>1)</sup> CHARLIER, C. V. L., *Researches into the Theory of Probability*. S. 9.

Tabelle XII. Der Asymmetriekoeffizient.

N:o	Bonität	Alter	Der Asymmetrie- koeffizient $\beta_3$	Mittlerer Fehler des Asymmetrie- koeffizienten $\varepsilon(\beta_3)$	$\beta_3 - M\beta_3$ Mittel aus den $\beta_3$ -Werten der Bonität	$\frac{\beta_3 - M\beta_3}{\varepsilon(\beta_3)}$	Die auf derselben Fläche ermittelten Asymmetrie- koeffizienten nach einander geordnet			
							N:o	Alter	$\beta_3$	$\varepsilon(\beta)$
2 a	I	28	- 0.076	0.022	- 0.003	- 0.14	2 a	28	- 0.076	0.022
2 b	»	33	- 0.108	0.024	- 0.035	- 1.46	2 b	33	- 0.108	0.024
3 a	»	35	- 0.087	0.024	- 0.014	- 0.58	2 c	38	- 0.108	0.025
2 c	»	38	- 0.108	0.025	- 0.035	- 1.40	2 d	44	- 0.102	0.027
3 b	»	40	- 0.090	0.027	- 0.017	- 0.63	3 a	35	- 0.087	0.024
8 a	»	40	- 0.004	0.025	+ 0.069	+ 2.76	3 b	40	- 0.090	0.027
8 b	»	43	- 0.057	0.030	+ 0.016	+ 0.53	3 c	46	- 0.079	0.029
2 d	»	44	- 0.102	0.027	- 0.029	- 1.07	8 a	40	- 0.004	0.025
3 c	»	46	- 0.079	0.029	- 0.006	- 0.21	8 b	43	- 0.057	0.030
8 c	»	52	- 0.067	0.032	+ 0.006	+ 0.19	8 c	52	- 0.067	0.032
12 a	»	64	- 0.055	0.040	+ 0.018	+ 0.45	12 a	64	- 0.055	0.040
14 a	»	70	- 0.079	0.041	- 0.006	- 0.14	12 b	72	- 0.044	0.042
12 b	»	72	- 0.044	0.042	+ 0.029	+ 0.69	12 c	77	- 0.041	0.046
12 c	»	77	- 0.041	0.046	+ 0.032	+ 0.70	14 a	70	- 0.079	0.041
14 b	»	79	- 0.084	0.043	- 0.011	- 0.26	14 b	79	- 0.084	0.043
14 c	»	83	- 0.085	0.048	- 0.012	- 0.25	14 c	83	- 0.085	0.048
20 a	II	19	+ 0.004	0.015	+ 0.086	+ 5.74	20 a	19	+ 0.004	0.015
20 b	»	23	- 0.073	0.018	+ 0.009	+ 0.50	20 b	23	- 0.073	0.018
23 a	»	25	- 0.035	0.017	+ 0.047	+ 2.76	20 c	30	- 0.105	0.020
23 b	»	29	- 0.079	0.021	+ 0.003	+ 0.14	23 a	25	- 0.035	0.017
20 c	»	30	- 0.105	0.020	- 0.023	- 1.15	23 b	29	- 0.079	0.021
23 c	»	36	- 0.092	0.024	- 0.010	- 0.42	23 c	36	- 0.092	0.024
34 a	»	37	- 0.132	0.019	- 0.050	- 2.63	34 a	37	- 0.132	0.019
34 b	»	42	- 0.135	0.022	- 0.053	- 2.41	34 b	42	- 0.135	0.022
44 a	»	44	- 0.103	0.025	- 0.021	- 0.84	34 c	48	- 0.118	0.025
34 c	»	48	- 0.118	0.025	- 0.036	- 1.44	44 a	44	- 0.103	0.025
44 b	»	50	- 0.126	0.028	- 0.044	- 1.57	44 b	50	- 0.126	0.028
44 c	»	57	- 0.109	0.030	- 0.027	- 0.90	44 c	57	- 0.109	0.030
57 a	»	63	- 0.088	0.029	- 0.006	- 0.21	57 a	63	- 0.088	0.029
58 a	»	65	- 0.079	0.030	+ 0.003	+ 0.10	57 b	68	- 0.073	0.032
57 b	»	68	- 0.073	0.032	+ 0.009	+ 0.28	57 c	74	- 0.089	0.034
58 b	»	70	- 0.080	0.032	+ 0.002	+ 0.06	57 d	80	- 0.084	0.036
57 c	»	74	- 0.089	0.034	- 0.007	- 0.21	58 a	65	- 0.079	0.030
64 a	»	75	- 0.037	0.039	+ 0.045	+ 1.15	58 b	70	- 0.080	0.032
58 c	»	76	- 0.080	0.033	+ 0.002	+ 0.06	58 c	76	- 0.080	0.033
57 d	»	80	- 0.084	0.036	- 0.002	- 0.06	58 d	82	- 0.069	0.037
58 d	»	82	- 0.069	0.037	+ 0.013	+ 0.35	64 a	75	- 0.037	0.039
64 b	»	86	- 0.028	0.041	+ 0.054	+ 1.32	64 b	86	- 0.028	0.041
66 a	III	22	+ 0.003	0.016	+ 0.091	+ 5.69	66 a	22	+ 0.003	0.016
70 a	»	25	+ 0.013	0.015	+ 0.101	+ 6.73	66 b	26	- 0.064	0.018
66 b	»	26	- 0.064	0.018	+ 0.024	+ 1.33	66 c	33	- 0.102	0.020
71 a	»	27	- 0.009	0.015	+ 0.079	+ 5.27	70 a	25	+ 0.013	0.015
72 a	»	28	- 0.051	0.015	+ 0.037	+ 2.47	70 b	30	- 0.069	0.017

N:o	Bonität	Alter	Der Asymmetrie- koeffizient $\beta_3$	Mittlerer Fehler des Asymmetrie- koeffizienten $\varepsilon(\beta_3)$	$\beta_3 - M\beta_3$ Mittel aus den $\beta_3$ -Werten der Bonität	$\beta_3 - M\beta_3$ $\varepsilon(\beta_3)$	Die auf derselben Fläche ermittelten Asymmetrie- koeffizienten nach einander geordnet			
							N:o	Alter	$\beta_3$	$\varepsilon(\beta_3)$
70 b	III	30	- 0.069	0.017	+ 0.019	+ 1.12	70 c	35	- 0.071	0.018
78 a	»	31	- 0.037	0.026	+ 0.051	+ 1.96	70 d	40	- 0.098	0.021
71 b	»	32	- 0.108	0.017	- 0.020	- 1.18	71 a	27	- 0.009	0.015
72 b	»	33	- 0.086	0.018	+ 0.002	+ 0.11	71 b	32	- 0.108	0.017
66 c	»	33	- 0.102	0.020	- 0.014	- 0.70	71 c	38	- 0.104	0.018
70 c	»	35	- 0.071	0.018	+ 0.017	+ 0.94	72 a	28	- 0.051	0.015
71 c	»	38	- 0.104	0.018	- 0.016	- 0.89	72 b	33	- 0.086	0.018
86 a	»	39	- 0.099	0.020	- 0.011	- 0.55	72 c	39	- 0.099	0.019
72 c	»	39	- 0.099	0.019	- 0.011	- 0.58	78 a	31	- 0.037	0.026
78 b	»	39	- 0.047	0.027	+ 0.041	+ 1.52	78 b	39	- 0.047	0.027
70 d	»	40	- 0.098	0.021	- 0.010	- 0.48	78 c	43	- 0.057	0.029
78 c	»	43	- 0.057	0.029	+ 0.031	+ 1.07	86 a	39	- 0.099	0.020
90 a	»	44	- 0.099	0.024	- 0.011	- 0.46	86 b	45	- 0.143	0.022
86 b	»	45	- 0.143	0.022	- 0.055	- 2.50	86 c	52	- 0.129	0.024
92 a	»	45	- 0.156	0.027	- 0.068	- 2.52	90 a	44	- 0.099	0.024
95 a	»	46	- 0.131	0.024	- 0.043	- 1.79	90 b	50	- 0.086	0.027
92 b	»	48	- 0.167	0.029	- 0.079	- 2.72	90 c	57	- 0.079	0.028
90 b	»	50	- 0.086	0.027	+ 0.002	+ 0.08	92 a	45	- 0.156	0.027
86 c	»	52	- 0.129	0.024	- 0.041	- 1.71	92 b	48	- 0.167	0.029
95 b	»	54	- 0.127	0.027	- 0.039	- 1.44	92 c	57	- 0.165	0.030
92 c	»	57	- 0.165	0.030	- 0.077	- 2.57	95 a	46	- 0.131	0.024
90 c	»	57	- 0.079	0.028	+ 0.009	+ 0.32	95 b	54	- 0.127	0.027
107 a	IV	28	- 0.031	0.016	+ 0.059	+ 3.69	107 a	28	- 0.031	0.016
109 a	»	31	- 0.070	0.023	+ 0.020	+ 0.87	107 b	34	- 0.111	0.017
107 b	»	34	- 0.111	0.017	- 0.021	- 1.24	107 c	39	- 0.117	0.018
109 b	»	34	- 0.075	0.024	+ 0.015	+ 0.62	109 a	31	- 0.070	0.023
107 c	»	39	- 0.117	0.018	- 0.027	- 1.50	109 b	34	- 0.075	0.024
109 c	»	43	- 0.078	0.025	+ 0.012	+ 0.48	109 c	43	- 0.078	0.025
117 a	»	50	- 0.077	0.033	+ 0.013	+ 0.39	117 a	50	- 0.077	0.033
117 b	»	59	- 0.085	0.036	+ 0.005	+ 0.14	117 b	59	- 0.085	0.036
119 a	»	59	- 0.133	0.031	- 0.043	- 1.39	119 a	59	- 0.133	0.031
119 b	»	65	- 0.123	0.032	- 0.033	- 1.03	119 b	65	- 0.123	0.032
120 a	V	32	- 0.165	0.013	- 0.029	- 2.23	120 a	32	- 0.165	0.013
120 b	»	38	- 0.180	0.013	- 0.044	- 3.39	120 b	38	- 0.180	0.013
120 c	»	43	- 0.186	0.015	- 0.050	- 3.33	120 c	43	- 0.186	0.015
121 a	»	46	- 0.108	0.018	+ 0.028	+ 1.56	121 a	46	- 0.108	0.018
121 b	»	53	- 0.130	0.020	+ 0.006	+ 0.30	121 b	53	- 0.130	0.020
123 a	»	60	- 0.152	0.028	- 0.016	- 0.57	123 a	60	- 0.152	0.028
124	»	61	- 0.149	0.028	- 0.013	- 0.47	123 b	68	- 0.139	0.031
125 a	»	64	- 0.177	0.029	- 0.041	- 1.41	124	61	- 0.149	0.028
123 b	»	68	- 0.139	0.031	- 0.003	- 0.10	125 a	64	- 0.177	0.029
125 b	»	71	- 0.139	0.030	- 0.003	- 0.10	125 b	71	- 0.139	0.030
126 a	»	77	- 0.089	0.035	+ 0.047	+ 1.34	126 a	77	- 0.089	0.035
127	»	81	- 0.079	0.036	+ 0.057	+ 1.58	126 b	83	- 0.080	0.037
126 b	»	83	- 0.080	0.037	+ 0.056	+ 1.51	127	81	- 0.079	0.036

zwischen dem Mittelwert von  $\beta_3$  und dem Asymmetriekoeffizienten für die Stammverteilungsreihen verschiedener Bestände mit dem Mittelfehler, so zeigt sich, dass ein signifikanter Unterschied in folgenden Fällen vorkommt:

N:o	Bonität	Abweichung von dem Mittel (Die Abweichungen sind mit $\epsilon(\beta_3)$ als Einheit angegeben.)
20 a	II	+ 5.7
66 a	III	+ 5.7
70 a	»	+ 6.7
71 a	»	+ 5.3
107 a	IV	+ 3.7
120 b	V	- 3.4
120 c	»	- 3.3

Die signifikativen Abweichungen des Asymmetriekoeffizienten sind somit weniger zahlreich und geringer an Betrag als die des Mittelwertes und der Dispersion der Stammverteilungsreihe. Es kann angenommen werden, dass dieses teils davon abhängt, dass die Bestände hinsichtlich der auf die Asymmetrie einwirkenden Faktoren gleichartiger sind, teils davon, dass der Mittelfehler im allgemeinen gross ist im Verhältnis zum  $\beta_3$ -Werte, sodass etwaige Ungleichheiten zwischen den Beständen nicht hervortreten. Der Umstand, dass keine signifikativen Unterschiede vorkommen, darf nämlich nicht als positiver Beweis angesehen werden für die Übereinstimmung der Faktoren, von denen die verglichenen Werte abhängen, obwohl andererseits Unterschiede von grösserem Betrage als der dreifache Mittelfehler Anzeichen der Ungleichartigkeit sind.

Bestände, deren Asymmetriekoeffizient signifikativ von den Mittelwert  $M\beta_3$  der Asymmetriekoeffizienten für die betreffende Bonität abweicht, haben auch hinsichtlich eines oder beider früher diskutierten Charakteristiken einen von den übrigen Beständen abweichenden Charakter. Sogar nachdem das Material in früher angegebener Weise auf Grund der Stammzahl gruppiert worden ist, hat der Asymmetriekoeffizient in den oben erwähnten Beständen, mit Ausnahme von 120 a und 120 b, Werte, deren Abweichung nicht als von zufälligen Umständen verursacht angesehen werden kann. Eine bemerkenswert grössere Homogenität wird also in diesem Falle durch die Gruppierung nicht erreicht.

Tabelle XIII. Der Asymmetriekoeffizient gruppenweise zusammengestellt.

N:o	Bonität	Alter	Der Asymmetrie- koeffizient $\beta_3$	$\beta_3 - M\beta_3$ = Mittel aus den $\beta_3$ - Werten der Bonität	$\frac{\beta_3 - M\beta_3}{\varepsilon(\beta_3)}$
Gruppe A. Stammreiche Bestände.					
34 a	II	37	- 0.132	- 0.039	- 2.05
34 b	»	42	- 0.135	- 0.042	- 1.91
34 c	»	48	- 0.118	- 0.025	- 1.00
57 a	»	63	- 0.088	+ 0.005	+ 0.17
58 a	»	65	- 0.079	+ 0.014	+ 0.47
57 b	»	68	- 0.073	+ 0.020	+ 0.62
57 c	»	74	- 0.089	+ 0.004	+ 0.12
58 b	»	70	- 0.080	+ 0.013	+ 0.41
58 c	»	76	- 0.080	+ 0.013	+ 0.39
57 d	»	80	- 0.084	+ 0.009	+ 0.25
58 d	»	82	- 0.069	+ 0.024	+ 0.65
Gruppe B. Stammarme Bestände.					
20 a	II	19	+ 0.004	+ 0.060	+ 4.00
20 b	»	23	- 0.073	- 0.017	- 0.94
23 a	»	25	- 0.035	+ 0.021	+ 1.23
20 c	»	30	- 0.105	- 0.049	- 2.45
23 b	»	29	- 0.079	- 0.023	- 1.10
23 c	»	36	- 0.092	- 0.036	- 1.50
64 a	»	75	- 0.037	+ 0.019	+ 0.49
64 b	»	86	- 0.028	+ 0.028	+ 0.68
Gruppe C. Mitteldichte Bestände.					
44 a	II	44	- 0.103	+ 0.010	+ 0.40
44 b	»	50	- 0.126	- 0.013	- 0.46
44 c	»	57	- 0.109	+ 0.004	+ 0.13
Gruppe A. Stammreiche Bestände.					
70 a	III	25	+ 0.013	+ 0.094	+ 6.27
71 a	»	27	- 0.009	+ 0.072	+ 4.80
72 a	»	28	- 0.051	+ 0.030	+ 2.00
70 b	»	30	- 0.069	+ 0.012	+ 0.71
71 b	»	32	- 0.108	- 0.027	- 1.59
72 b	»	33	- 0.086	- 0.005	- 0.28
70 c	»	35	- 0.071	+ 0.010	+ 0.56
71 c	»	38	- 0.104	- 0.023	- 1.28
72 c	»	39	- 0.099	- 0.018	- 0.95
86 a	»	39	- 0.099	- 0.018	- 0.90
70 d	»	40	- 0.098	- 0.017	- 0.81
86 b	»	45	- 0.145	- 0.062	- 2.82
86 c	»	52	- 0.129	- 0.048	- 2.00

N:o	Bonität	Alter	Der Asymmetrie- koeffizient $\beta_3$	$\beta_3 - M\beta_3$ $M\beta_3 =$ Mittel aus den $\beta_3$ - Werten der Bonität	$\frac{\beta_3 - M\beta_3}{\varepsilon(\beta_3)}$
Gruppe B. Stammarme Bestände.					
78 a	III	31	- 0.037	+ 0.068	+ 2.62
78 b	»	39	- 0.047	+ 0.058	+ 2.15
78 c	»	43	- 0.057	+ 0.048	+ 1.66
92 a	»	45	- 0.156	- 0.051	- 1.89
92 b	»	48	- 0.167	- 0.062	- 2.14
92 c	»	57	- 0.165	- 0.060	- 2.00
Gruppe C. Mitteldichte Bestände.					
66 a	III	22	+ 0.003	+ 0.089	+ 5.56
66 b	»	26	- 0.064	+ 0.022	+ 1.22
66 c	»	33	- 0.102	- 0.016	- 0.80
90 a	»	44	- 0.099	- 0.013	- 0.54
95 a	»	46	- 0.131	- 0.045	- 1.88
90 b	»	50	- 0.086	$\pm$ 0.000	$\pm$ 0.00
95 b	»	54	- 0.127	- 0.041	- 1.52
90 c	»	57	- 0.079	+ 0.007	+ 0.26
Gruppe A. Stammreiche Bestände.					
107 a	IV	28	- 0.031	+ 0.055	+ 3.44
107 b	»	34	- 0.111	- 0.025	- 1.47
107 c	»	39	- 0.117	- 0.031	- 1.72
Gruppe B. Stammarme Bestände.					
109 a	IV	31	- 0.070	+ 0.022	+ 0.96
109 b	»	34	- 0.075	+ 0.017	+ 0.71
109 c	»	43	- 0.078	+ 0.014	+ 0.56
117 a	»	50	- 0.077	+ 0.015	+ 0.46
117 b	»	59	- 0.085	+ 0.007	+ 0.19
119 a	»	59	- 0.133	- 0.041	- 1.32
119 b	»	65	- 0.123	- 0.031	- 0.97
Gruppe A. Stammreiche Bestände.					
120 a	V	32	- 0.165	- 0.010	- 0.77
120 b	»	38	- 0.180	- 0.025	- 1.92
120 c	»	43	- 0.186	- 0.031	- 2.07
121 a	»	46	- 0.108	+ 0.047	+ 2.61
121 b	»	53	- 0.130	+ 0.025	+ 1.25
125 a	»	64	- 0.177	- 0.022	- 0.76
125 b	»	71	- 0.139	+ 0.016	+ 0.53
Gruppe B. Stammarme Bestände.					
123 a	V	60	- 0.152	- 0.037	- 1.32
124	»	61	- 0.149	- 0.034	- 1.21
123 b	»	68	- 0.139	- 0.024	- 0.77
126 a	»	77	- 0.089	+ 0.026	+ 0.74
127	»	81	- 0.079	+ 0.036	+ 1.00
126 b	»	83	- 0.080	+ 0.035	+ 0.95

Vergleicht man den Mittelwert der Asymmetriekoeffizienten in den verschiedenen Bonitäten, so scheint, wie aus untenstehender Zusammenstellung hervorgeht, die Asymmetrie mit abnehmender Standortbonität zuzunehmen.

Bonität	I	$M\beta_3 = -0.073 \pm 0.009$
»	II	$M\beta_3 = -0.082 \pm 0.006$
»	III	$M\beta_3 = -0.088 \pm 0.004$
»	IV	$M\beta_3 = -0.090 \pm 0.008$
»	V	$M\beta_3 = -0.136 \pm 0.007$

Die Mittelfehler<sup>1)</sup> sind jedoch so gross, dass ein sicherer Unterschied nur festgestellt werden kann zwischen der fünften und den übrigen Bonitäten. Die absoluten Unterschiede zwischen  $M\beta_3$  für Bonität I, II, III und IV sind dagegen sämtlich geringer als das Dreifache des betr. Mittelfehlers.

In den verschiedenen Gruppen hat der Asymmetriekoeffizient folgende Werte, nachdem die Bestände 20 a, 66 a, 70 a, 71 a und 107 a, die einen abweichenden Charakter tragen, eliminiert sind:

Bonität	II	Gruppe A	$M\beta_3 = -0.093 \pm 0.009$
»	»	» B	$M\beta_3 = -0.064 \pm 0.010$
»	»	» C	$M\beta_3 = -0.113 \pm 0.016$

1) Die Mittelfehler sind nach der Formel

$$\varepsilon(M\beta_3) = \pm \cdot \frac{\sqrt{\varepsilon_1^2(\beta_3) + \varepsilon_2^2(\beta_3) + \dots + \varepsilon_n^2(\beta_3)}}{n}$$

berechnet. Es wäre allerdings auch möglich den Mittelfehler aus der Dispersion der Reihe, die die  $\beta_3$ -Werte bilden, zu bestimmen. Auf letzterem Wege erhält man den sozusagen »empirischen« mittleren Fehler (Dispersion), wogegen durch die erste Berechnungsweise der »theoretische« mittlere Fehler ermittelt wird. Ist das Material homogen und sind die Schwankungen somit von Zufälligkeiten verursacht, so führen die beiden Berechnungsweisen zu übereinstimmenden Resultaten. Die Homogenität einer Reihe kann auf Grund des Verhältnisses dieser beiden auf verschiedenem Wege ermittelten Dispersionswerte (das s. g. Kriterium von LEXIS) geprüft werden.

Da der »empirische« Mittelfehler in einer Reihe, die nur wenige Elemente umfasst, leicht durch ein einziges heterogenes Element vergrößert wird und somit die Grenze der zufälligen Variation erweitert werden, habe ich bei Beurteilung der eventuellen Signifikativität der Abweichungen den »theoretischen« Mittelfehler angewendet.

Bonität III	Gruppe A	$M\beta_3 = -0.096 \pm 0.006$
»	»	B $M\beta_3 = -0.105 \pm 0.011$
»	»	C $M\beta_3 = -0.098 \pm 0.009$
»	IV	A $M\beta_3 = +0.114 \pm 0.012$
»	»	B $M\beta_3 = -0.092 \pm 0.011$
»	V	A $M\beta_3 = -0.155 \pm 0.008$
»	»	B $M\beta_3 = -0.115 \pm 0.013$

Es scheint allerdings, als hätten die stammreichen Bestände in einem Teil der Fälle eine grössere Asymmetrie in der Stammverteilung (vgl. Gruppe A und B in Bonität II, A und B in Bonität IV sowie A und B in Bonität V), aber die Unterschiede zwischen den  $M\beta_3$ -Werten sind allzu klein, als dass irgend eine sicherere Schlussfolgerung diesbezüglich gezogen werden könnte.

Abgesehen von den extremen Werten von  $M\beta_3$  in Gruppe B der Bonität II und Gruppe A in Bonität V, haben die übrigen Gruppen so gut wie die gleichen Asymmetriekoeffizienten, und betrachtet man die durch den Mittelfehler angegebene Unsicherheit, so ist eine Übereinstimmung auch von der obenerwähnten Gruppe B in Bonität II mit den übrigen möglich.

Weder die Standorte, noch die Ungleichheiten unter den Beständen, die in der Stammzahl zum Ausdruck kommen, scheinen also im allgemeinen irgend eine Einwirkung auf den Asymmetriekoeffizienten zu haben, sondern die Schwankungen derselben dürften wesentlich von anderen Ursachen abhängen, insofern sie nicht rein zufälliger Natur sind.

In der Absicht, den Einfluss der Durchforstung auf den Asymmetriekoeffizienten der Stammverteilungsreihen zu untersuchen, sind in Tabelle XIV die  $\beta_3$ -Werte unmittelbar vor und nach der Durchforstung zusammengestellt für die Bestände in Bonität II.

**Tabelle XIV. Der Asymmetriekoeffizient unmittelbar vor und nach der Durchforstung.**

N:o	Alter	Der Asymmetriekoeffizient vor der Durchforstung $\beta_3$	Der Asymmetriekoeffizient nach der Durchforstung $\beta_3'$	$\beta_3 - \beta_3'$	$\frac{\beta_3 - \beta_3'}{\varepsilon(\beta_3 - \beta_3')}$
20 a	19	+ 0.004	- 0.061	+ 0.065	+ 2.83
20 b	23	- 0.073	- 0.085	+ 0.012	+ 0.44
23 a	25	- 0.035	- 0.064	+ 0.029	+ 0.94
23 b	29	- 0.079	- 0.074	- 0.005	- 0.16
20 c	30	- 0.105	- 0.096	- 0.009	- 0.31
23 c	36	- 0.092	- 0.081	- 0.011	- 0.31
34 a	37	- 0.132	- 0.133	+ 0.001	+ 0.03
34 b	42	- 0.135	- 0.118	- 0.017	- 0.51
44 a	44	- 0.103	- 0.173	+ 0.070	+ 1.84
34 c	48	- 0.118	- 0.170	+ 0.052	+ 1.37
44 b	50	- 0.126	- 0.106	- 0.020	- 0.49
44 c	57	- 0.109	- 0.084	- 0.025	- 0.54
57 a	63	- 0.088	- 0.095	+ 0.007	+ 0.16
58 a	65	- 0.079	- 0.074	- 0.005	- 0.11
57 b	68	- 0.073	- 0.087	+ 0.014	+ 0.30
58 b	70	- 0.080	- 0.080	$\pm$ 0.000	$\pm$ 0.00
57 c	74	- 0.089	- 0.079	- 0.010	- 0.20
64 a	75	- 0.037	- 0.041	+ 0.004	+ 0.07
58 c	76	- 0.080	- 0.072	- 0.008	- 0.16
57 d	80	- 0.084	- 0.099	+ 0.015	+ 0.28
58 d	82	- 0.069	- 0.071	+ 0.002	+ 0.04
64 b	86	- 0.028	- 0.017	- 0.011	- 0.18
Mittel		- 0.082	- 0.089	+ 0.007	+ 0.778

Aus diesen Zahlen geht hervor, dass die Durchforstung auf den Asymmetriekoeffizienten nicht in einer bestimmten Richtung einwirkt. Man wäre von vornherein geneigt anzunehmen, dass die Asymmetrie nach der Durchforstung grösser wäre, da hauptsächlich kleinere Bäume entfernt werden und die Kurve folglich steiler werden dürfte, aber das ist doch nicht immer der Fall.<sup>1)</sup>

Oft sind die Veränderungen so unbedeutend, dass man in Hinblick auf die Unsicherheit in der Bestimmung der  $\beta_3$ -Werte diesen keine Bedeutung beimessen kann. Auffallender dagegen ist die Tatsache,

<sup>1)</sup> Eine diesbezügliche Einwirkung ist von GRAM behauptet, siehe GRAM, J. P., Om Konstruktion af Normal-Tilvaextoversigter med saerlig Hensyn til Iagttagelserne fra Odsherred. II. Tidsskrift for Skovbrug. Kjøbenhavn 1887. S. 114.

»Fortsatte stærkere Gjennemhugninger vilde nemlig, i det saerlig de tyndere Traeer borttages, bevirke at hele Kurven bliver mere skjaev.»

dass die Mittelwerte der Asymmetriekoeffizienten vor und nach der Durchforstung übereinstimmende Werte besitzen, (resp. — 0,082 und — 0,089).

Dies kann wohl nicht anders gedeutet werden, als dass die eventuellen Veränderungen, welche die Durchforstungen auf den Asymmetriekoeffizienten ausüben, jedenfalls so unbeutend sind, dass sie von zufälligen Fluktuationen der  $\beta_3$ -Werte verhüllt werden.

Wird die Asymmetrie in der Stammverteilung weder durch den Standort noch durch die Verschiedenheiten, die zwischen den früher erwähnten auf Grund der Stammzahl gebildeten Gruppen vorhanden sind, wesentlich beeinflusst, so kann die Übereinstimmung der Bestände hinsichtlich der auf die Asymmetrie wirkenden Faktoren in der Weise untersucht werden, dass man die Differenz  $\beta_3 - M'\beta_3$ , wo  $M'\beta_3$  als arithmetisches Mittel der Asymmetriekoeffizienten sämtlicher untersuchten Bestände (alle Bonitäten zusammengenommen) berechnet wird, mit dem Mittelfehler in  $\beta_3$  vergleicht. Bei diesem Vergleich müssen eventuelle Verschiedenheiten zwischen den Beständen sicherer hervortreten, als bei der früheren Bearbeitung des Materials für jede Bonität und jede Gruppe gesondert. In einer kleinen Gruppe wird nämlich das Mittel der untersuchten Eigenschaft merkbar durch das Vorkommen eines abnormen Werts beeinflusst. Es ist deshalb möglich, dass die Differenz  $\beta_3 - M\beta_3$  in den verschiedenen Gruppen innerhalb der Grenzen der zufälligen Variation fällt, indem  $M\beta_3$  in der Richtung des am meisten abweichenden (abnormen)  $\beta_3$ -Wertes verschoben wird und eine vorhandene wirkliche Verschiedenheit nicht zu Tage tritt. Je zahlreicher eine im grossen ganzen homogene Gruppe ist, um so weniger wird das Mittel durch vorkommende abnorme Werte beeinflusst und um so grösser sind die Voraussetzungen für das Hervortreten der Verschiedenheiten.

Der Mittelwert der Asymmetriekoeffizienten aller Bestände, diejenigen ausgenommen, die bei der früheren gruppenweise vorgenommenen Prüfung einen abweichenden Charakter zeigten (20 a, 66 a, 70 a, 71 a und 107 a), macht — 0,096 aus. Von diesem Mittelwert kommen folgende signifikative Abweichungen vor:

N:o	Bonität	Abweichungen mit $\varepsilon(\beta_3)$ als Einheit
8 a	I	+ 3.6
23 a	II	+ 3.6
72 a	III	— 3.0
120 a	V	— 5.3
120 b	»	— 6.0
120 c	»	— 6.0

Die Fluktuationen des Asymmetriekoeffizienten sind somit nicht durch Zufälligkeiten verursacht. Die Bestände, deren Asymmetriekoeffizient von dem Mittelwert signifikativ abweicht, sind auch betreffs anderer Charakteristiken von den übrigen verschieden. Werden die Bestände 8 a, 20 a, 23 a, 66 a, 70 a, 71 a, 72 a, 107 a, 120 a, 120 b und 120 c ausgeschieden, erhält man als Mittelwert der Asymmetriekoeffizienten der übrigen Bestände  $M'\beta_3 = -0,096$ . Alle Abweichungen der  $\beta_3$ -Werte liegen dann innerhalb der Grenzen der zufälligen Variation und das Material erscheint also nach diesen Ausscheidungen als homogen betreffs der auf die Asymmetrie einwirkenden Faktoren.

Von diesem Werte des  $M'\beta_3$  ausgehend kann man die Abhängigkeit des Asymmetriekoeffizienten von dem Standort und der Bestandesbehandlung einer erneuerten Prüfung unterwerfen. Es ist früher auf Grund eines Vergleichs der  $M\beta_3$ -Werte der verschiedenen Bonitäten hervorgehoben worden, dass der Standort keinen merklichen Einfluss auf die Asymmetrie der Stammverteilungsreihe auszuüben scheint. In den untersuchten Differenzen zwischen dem Mittel des Asymmetriekoeffizienten in verschiedenen Bonitäten sind jedoch die Mittelfehler nach der Formel  $\varepsilon(M - m) = \pm \sqrt{\varepsilon^2(M) + \varepsilon^2(m)}$  so gross, dass faktische Verschiedenheiten leicht von denselben verdeckt werden. Der Umstand, dass ebenso grosse Fluktuationen in den  $\beta_3$ -Werten wie diejenigen, welche in diesem Falle vorkommen, von Zufälligkeiten verursacht werden können, darf jedoch nicht als ein Beweis dafür angesehen werden, dass keine Unterschiede zwischen den zu verschiedenen Bonitäten gehörenden Beständen in Bezug auf die Asymmetrie vorhanden wären. Eine erneuerte Prüfung dieser Frage ist um so berechtigter, als die Mittel der Asymmetriekoeffizienten eine regelmässige Steigerung mit abnehmender Standortsbonität zeigen, was für einen Unterschied zwischen den Bonitäten spricht, und weil bei der früher vorgenommenen Zusammenstellung Werte aus Beständen mitgerechnet wurden, welche später mit Recht ausgeschieden wurden.

Bei einem Vergleich des Mittels der Asymmetriekoeffizienten in dem ganzen Material und in den aus demselben auf Grund der Stammzahlen gebildeten Gruppen, kann der Mittelfehler in der Differenz nicht nach der früheren Formel berechnet werden. Da die  $\beta_3$ -Werte in den verschiedenen Gruppen auch auf das Mittel des ganzen Materials einwirken, muss nämlich ein kleinerer Unterschied als bei einem Vergleich zweier unabhängiger von einander berechneter Mittelwerte als sig-

nifikativ betrachtet werden. Bezeichnet  $M'\beta_3$  das Mittel der  $\beta_3$ -Werte in dem ganzen Material,  $\Sigma$  die Dispersion in der Reihe, die die  $\beta_3$ -Werte bilden,  $N$  die Zahl der Elemente in der Reihe, und die entsprechenden kleinen Buchstaben die resp. Werte der verschiedenen Bonitäten, so erhält man nach PEARSON <sup>1)</sup>) für den Mittelfehler in der Differenz

$$\varepsilon (m\beta_3 - M'\beta_3) = \pm \sqrt{\frac{\sigma^2}{n} - \frac{2\sigma^2 - \Sigma^2}{N} - \frac{n (M'\beta_3 - m\beta_3)^2}{N(N-n)}}$$

Werden die früher aufgezählten 11 Bestände, welche sich sowohl in Bezug auf den Asymmetriekoeffizienten als auch in anderen Hinsichten abnorm gezeigt haben, weggelassen, erhält man folgende Differenzen zwischen dem mittleren Asymmetriekoeffizienten des ganzen Materials und den entsprechenden  $\beta_3$ -Werten in den verschiedenen Bonitäten:

Bonität	I	$m\beta_3 - M'\beta_3 = + 0.019 \pm 0.008$
»	II	$m\beta_3 - M'\beta_3 = + 0.007 \pm 0.006$
»	III	$m\beta_3 - M'\beta_3 = - 0.005 \pm 0.005$
»	IV	$m\beta_3 - M'\beta_3 = \pm 0.000 \pm 0.009$
»	V	$m\beta_3 - M'\beta_3 = - 0.028 \pm 0.009$

Auch diese Zahlen geben somit an die Hand, dass die Asymmetrie der Stammverteilungsreihe mit abnehmender Standortsqualität zuzunehmen scheint. Der Unterschied zwischen dem Mittelwert der Asymmetriekoeffizienten für das ganze Material und die verschiedenen Bonitäten ist doch so schwebend, dass eine signifikative Verschiedenheit im allgemeinen nicht vorkommt, obgleich die Mittelfehler mit Beachtung der Abhängigkeit der Mittel von einander berechnet sind. Die Bonität V, wo der Unterschied drei mal den Mittelfehler unbedeutend überschreitet, bildet hierbei eine Ausnahme. Die Asymmetrie wird demnach in so hohem Grade von anderen zufälligen Ursachen beeinflusst, dass die Einwirkung des Standorts auf dieselbe — wenn eine solche wirklich stattfindet, was auf Grund der früher hervorgehobenen Gang der Asymmetriekoeffiziente mit den Bonitäten sehr wahrscheinlich ist, — nicht sicher nachzuweisen ist.

Da die negative Asymmetrie in der Stammverteilung eine ganz allgemeine Erscheinung ist, dürfte es von Gewicht sein, sich eine Vorstellung von den Ursachen derselben zu bilden.

<sup>1)</sup> PEARSON, K., Note on the Significant or Non-significant character of a Sub-sample drawn from a Sample. *Biometrika*. 1906. S. 181 u. ff.

Nachdem es sich gezeigt hat, dass Frequenzkurven oft durch eine Asymmetrie von der GAUSS' schen Fehlerverteilungskurve systematisch abweichen, ist die Ursache dieser Asymmetrie Gegenstand der Besprechung gewesen. Einem schon von FECHNER <sup>1)</sup> eingeschlagenen Gedankengange folgend hat PEARSON <sup>2)</sup>, der annimmt, dass die Frequenzkurve durch Einwirkung zufälliger teils fördernder, teils hemmender Einflüsse entsteht, die Ursache der Asymmetrie darin finden wollen, dass die beiden Arten zufälliger Faktoren mit verschiedener Wahrscheinlichkeit auftreten. Wenn man aus dem Binom  $(p + q)^n$ , wo  $p$  und  $q$  die Wahrscheinlichkeiten des Einwirkens eines günstigen resp. ungünstigen Umstandes bezeichnen, unter Annahme, dass  $p = q$  ist, die ideale symmetrische Frequenzkurve herleiten kann, ist eine Verschiedenheit von  $p$  und  $q$  nach PEARSON als Ursache einer schiefen Verteilung zu betrachten. KAPTEYN <sup>3)</sup> hat indessen die Unhaltbarkeit der Voraussetzungen, von denen PEARSON ausgeht, nachgewiesen, wenigstens wo es sich um Erscheinungen in der organischen Natur handelt. Eine Verschiedenheit von  $p$  und  $q$  führt nämlich nur unter der Voraussetzung zu einer Asymmetrie in der Verteilung, dass die zufälligen Faktoren, die auf die Erscheinung einwirken, nicht zahlreich sind. Diese Voraussetzung kann man jedoch nicht als erfüllt betrachten, insbesondere nicht in vorliegendem Fall. Im Gegenteil muss man annehmen, dass die Anzahl der Elementarfehler, deren Einwirkung die Bäume unterworfen sind, immer sehr gross ist.

In Bezug auf die schiefen Frequenzkurven hat KAPTEYN nachgewiesen, dass der Einfluss der Elementarfehler, die die Differenzierung von dem typischen Wert veranlassen, in der organischen Natur durchaus nicht a priori als von einander unabhängig betrachtet werden dürfen, und demnach ist eine der Voraussetzungen BESSELS für das Entstehen einer Normalkurve nicht erfüllt. (BESSEL, Astr. Nachr. Vol. 15. S. 389—405, hat gezeigt, dass wenn die Ursachen der Variationen 1) zahlreich, 2) von einander unabhängig und 3) derart sind, dass der Einfluss jedes einzelnen Faktors im Verhältnis zu der Einwirkung aller klein ist, so

<sup>1)</sup> FECHNER, Kollektivmasslehre. S. 311 u. ff.

<sup>2)</sup> PEARSON, K., Contributions to the Mathematical Theory of Evolution II. Skew Variations in homogeneous Material. Philosophical Transactions of the Royal Society of London. 186 A. 1895. S. 343—414.

<sup>3)</sup> KAPTEYN, J. C., Skew Frequency Curves in Biology and Statistics. Groningen 1903. S. 9 u. ff.

wird sich die Verteilungskurve um so mehr dem Normalen nähern (GAUSS), je grösser die Anzahl der Elementarfehler ist.)

Wegen der durch einer Zufälligkeit entstandenen Differenzierung befinden sich jedoch nicht alle ursprünglich gleichartigen Individuen mehr in derselben Lebenslage und können deshalb verschieden auf ein und denselben Einfluss reagieren. Hierdurch entsteht eine Korrelation zwischen den Elementarfehlern, und die von denselben veranlasste Veränderung wird eine Funktion der veränderlichen Eigenschaft. Somit ist z. B. der Zuwachs der Bäume von der erreichten Grösse abhängig, indem dieselbe Licht-, Nahrungs- und Feuchtigkeitsmenge nebst anderen Ursachen einen verschiedenen Zuwachs der grossen und der kleinen Bäume bewirkt. In allen diesen Fällen, ausgenommen wo eine direkte Proportionalität zwischen der veränderlichen Eigenschaft und der verursachten Veränderung stattfindet, entsteht, wie KAPTEYN<sup>1)</sup> nachgewiesen hat, durch diese funktionelle Abhängigkeit eine schiefe Variationskurve.

KAPTEYN hat hiermit zwar eine Erklärung der allgemein auftretenden Asymmetrie der Variationskurve gegeben, aber einen Begriff von der Richtung der Asymmetrie erhält man dadurch nicht. Die konstante negative Asymmetrie der Stammverteilungsreihe scheint man am natürlichsten in folgender Weise erklären zu können: Die eigentliche Ursache der Asymmetrie ist die auf verschiedener Lebenslage beruhende verschiedene Reaktions- (Zuwachs-) fähigkeit der Bäume oder mit anderen Worten, das Material ist nicht in Bezug auf die auf die Erscheinungen einwirkenden Faktoren homogen, denn zu diesen muss natürlich auch die Reaktionsfähigkeit gezählt werden. Faktisch kommen auch in den gleichförmigsten Waldbeständen Individuen mit sehr verschiedenen Lebensbedingungen — von den unterdrückten bis zu den vorherrschenden Bäumen — vor.

Die Bäume eines Bestandes können jedoch in gleichartigere homogenere Gruppen eingeteilt werden. Solche sind z. B. die KRAFT'schen Baumklassen, die auf Grund der Stellung der Bäume im Bestande gebildet sind<sup>2)</sup>. Würde man die Grössenvariationen der Bäume in diesen Baumklassen untersuchen, so ist anzunehmen, dass die Verteilungskurven

1) KAPTEYN, a. A. S. 13. »Summing up, we find that causes independent of the size of the individuals produce normal curves, causes dependent on this size produce skew curves.«

2) KRAFT, G., Beiträge zur Lehre von den Durchforstungen, Schlagstellungen und Lichtungshieben. Hannover 1881. S. 22.

mehrweniger symmetrisch wären, denn je kleiner die hervorgerufenen Variationen im Verhältnis zu der variablen Grösse sind, um so weniger merkbar wird die durch die Korrelation der Elementarfehler verursachte Asymmetrie <sup>1)</sup>).

Die Stammverteilungsreihe des ganzen Bestandes wird nun durch Addition dieser mehr oder weniger symmetrischen Verteilungsreihen der verschiedenen Stammklassen zusammengestellt. Wäre die Anzahl der Individuen in allen Reihen ebenso gross und wäre das Mittel der verschiedenen Klassen symmetrisch im Verhältnis zum Mittel des ganzen Bestandes, so würde die resultierende Kurve symmetrisch sein. Je mehr dagegen das Mittel der grössten Stammklassen von dem der übrigen abweicht und je kleiner die Anzahl der Individuen ist, die sie umfasst, um so ausgedehnter in dieser Richtung wird natürlich die Verteilungsreihe des ganzen Bestandes. Da die Stammzahl in den mitherrschenden und unterdrückten Stammklassen dem Herrschenden gegenüber im allgemeinen gross ist, weil die Fichte lange Beschattung erträgt, ehe die unterdrückten Bäume aus dem Bestande ausscheiden, entsteht dadurch die negative Asymmetrie der Stammverteilung. Sowohl das Vorkommen einer Asymmetrie im allgemeinen, wie auch die Richtung derselben ist somit einer konstanten Verschiedenartigkeit, Heterogenität der Elemente, aus denen der Bestand zusammengesetzt ist, zuzuschreiben.

Die Tatsache, dass die Asymmetrie hauptsächlich auf dem Verhältnis der Stammzahl und des Durchmesser zwischen den in sich hinsichtlich der Lebensbedingungen homogenen Baumgruppen beruht, aus denen der Bestand zusammengesetzt ist, erklärt auch den geringen Einfluss, den die Durchforstung auf die Asymmetrie ausübt. Die Durchforstung greift gewöhnlich gar nicht in die vorherrschenden Stammklassen ein, und ihre Einwirkung auf das Mittel der übrigen Stammklassen tritt auf Grund der grossen Stammzahl derselben nicht sehr hervor. Da die Durchforstung immer den Unterschied zwischen den vorherrschenden Stammklassen und dem Mitteldurchmesser des übrigen Bestandes verringert, ist auch die Abnahme des Asymmetriekoeffizienten, der in einigen Fällen die Folge der Durchforstung gewesen ist (siehe Tabelle N:o XIV), erklärlich.

---

<sup>1)</sup> KAPTEYN, a. A. S. 12. »Now such a smallness of the variations as compared with the absolute size of the individuals, seems to be rather the rule in nature. The consequence will be, that, though in reality the curves will be skew, the difference from a normal curve will generally be very small.

Die Asymmetrie der Stammverteilung des Bestandes hängt aber sowohl von der Stammzahl als den Charakteristiken in den sämtlichen Komponentreihen, die die Stammverteilungsreihe des Bestandes bilden, ab, und die von der Durchforstung veranlasste Veränderung ist demnach nicht ohne eine eingehendere Kenntnis dieser Faktoren zu bestimmen. Beachtet man die früher (S. 104) angeführte Tendenz der Durchforstung die Asymmetrie dadurch zu vergrössern, dass nur Stämme aus den kleinsten Grössenklassen entfernt werden, so finden sich in dem Einfluss der Durchforstung also Momente, die die Asymmetrie sowohl in positiver als in negativer Richtung beeinflussen. Die variierende Richtung, worin die  $\beta_3$ -Werte durch die Durchforstung verändert werden, und die im grossen ganzen vorliegende Übereinstimmung zwischen diesen Werten vor und nach der Durchforstung (Tabelle S. XIV) sind mit Kenntnis jener Umstände eher verständlich.

Geht man von der obenerwähnten Auffassung über das Entstehen der Stammverteilungsreihe aus, so ist die Ursache einer Zunahme der Asymmetrie bei abnehmender Standortqualität in einer relativ kleineren Stammzahl der vorherrschenden Klasse und einem grösseren Unterschied zwischen dem Mitteldurchmesser dieser Stammklasse und dem der übrigen Bestände zu suchen. Nach dem was über den Einfluss des Standortes auf die Bestandesentwicklung bekannt ist, scheint es sehr wahrscheinlich, dass sich ein solches Verhältnis zwischen den Baumklassen wirklich vorfindet. Mit dem Eintreten des Bestandesschlusses entsteht gewöhnlich auf geringeren Standorten eine sehr starke und schwer entschiedene Konkurrenz zwischen den Bäumen des Bestandes. Die Fichte speziell hat eine geringe Ausbreitungsfähigkeit, »Sprehnings-evne«. Eine Folge davon ist, dass der ganze Bestand in seinem Wachstum gehemmt wird <sup>1)</sup>. Unter solchen Umständen kommen die Bäume, die auf Grund einer Zufälligkeit, z. B. zufolge von Unregelmässigkeiten im Standraum, einen Vorsprung erhalten haben, in eine viel günstigere Lebenslage. Der Unterschied des Mitteldurchmessers zwischen diesen vorherrschenden Bäumen und dem übrigen Bestande, wird natürlich um so grösser, je kleiner die Grössenunterschiede in dem übrigen Bestande sind,

<sup>1)</sup> HAUCH, L. A. und OPPERMANN, A., Haandbog i Skovbrug. København 1902. S. 102. »Medens Bøg og end mere Birk hurtigt vil vise en stor Uregelmæssighet, bliver Kampen mellem Planter af Rødgran saa haard, at de alle svækkes i Væksten; — — —. Jo kraftigere Jorden er, desto bedre formaar nogle Planter at vinde Sejr over andre; paa mager Jord bliver Kampen haardest, — — —».

und je schwerer und langwieriger die Konkurrenz zwischen den Bäumen ist. Man kann sich denken, dass ein scharfer Übergangsloser Unterschied zwischen den Lebensbedingungen der Bäume in den vorherrschenden Stammklassen und dem übrigen Bestande in extremen Fällen Anlass zu einer zweigipfligen Stammverteilungskurve geben könnte. Es ist deshalb anzunehmen, dass eine grössere Asymmetrie der Stammverteilungsreihe in der Tat in Beständen auf geringeren Standorten typisch ist.

Betreffs der Asymmetrie hat sich somit ergeben:

dass die Stammverteilungsreihe negativ asymmetrisch ist;

dass die Asymmetrie nicht in merkbarem Grade von dem Alter des Bestandes abhängt;

dass die Asymmetrie mit abnehmender Standortsqualität zuzunehmen scheint, obgleich der Unterschied zwischen den Asymmetriekoeffizienten in Beständen verschiedener Bonität auf Grund zufälliger Fluktuationen sehr vage ist.

## Der Excess.

Die durch den Excess,  $\beta_4$ , charakterisierte Eigenschaft der Verteilungsreihe ist nicht ebenso augenfällig wie die Asymmetrie und geht überhaupt nicht aus einer direkten Betrachtung der Reihe selbst oder eine graphische Darstellung derselben hervor. Auch liegen, meines Wissens, in der Litteratur keine Angaben darüber vor, wie die Stammverteilungsreihe sich in dieser Hinsicht verhält. In den dänischen <sup>1)</sup> Untersuchungen z. B., wo die Stammverteilungsreihe mit der GAUSS'schen Fehlerverteilung verglichen wird, scheint man nur die Asymmetrie konstatiert zu haben.

Der Excess ist, wie aus einem Vergleich der  $\beta_4$ -Werte (siehe Tabelle XV) mit dem resp. Mittelfehler hervorgeht, im allgemeinen sehr unsicher bestimmt. In einer grossen Anzahl von Fällen ist  $\varepsilon(\beta_4)$  grösser als  $\beta_4$  und es dürfte deshalb auf Schwierigkeiten stossen, auf Grund der einzelnen Werte des Excesses zu entscheiden, ob ein solcher überhaupt vorliegt und ob er seiner Richtung nach positiv oder negativ ist. Die Werte zeigen auch, wie der Asymmetriekoeffizient, keinen Gang mit dem Alter und scheint der Excess demnach hauptsächlich auf anderen Ursachen als dem Alter zu beruhen.

Um festzustellen, ob der Excess von denselben Ursachen abhängt wie die Asymmetrie, sind die Korrelationskoeffizienten,  $r$ , zwischen  $\beta_3$  und  $\beta_4$  für die verschiedenen Bonitäten berechnet. Dabei ergaben sich folgende Werte:

Bonität	I	$r = -0.462 \pm 0.197$
»	II	$r = -0.715 \pm 0.104$
»	III	$r = -0.801 \pm 0.069$
»	IV	$r = -0.746 \pm 0.139$
»	V	$r = -0.857 \pm 0.065$

---

<sup>1)</sup> GRAM, J. P., Om Beregning af en Bevoxnings Masse ved Hjelp af Prøvetraeer. Tidsskrift for Skovbrug. Kjøbenhavn 1883. S. 137 u. ff.

Tabelle XV. Der Excess.

N:o	Bonität	Alter	Der Excess $\beta_4$	$\beta_4 - M\beta_4$ = Mittel aus den $\beta_4$ -Werten der Bonität	$\frac{\beta_4 - M\beta_4}{\varepsilon(\beta_4)}$	Die auf derselben Fläche ermittelten $\beta_4$ -Werte nach einander geordnet			
						N:o	Alter	$\beta_4$	$\varepsilon(\beta_4)$
2 a	I	28	+ 0.001	+ 0.014	+ 2.00	2 a	28	+ 0.001	0.007
2 b	»	33	- 0.006	+ 0.007	+ 1.00	2 b	33	- 0.006	0.007
3 a	»	35	- 0.010	+ 0.003	+ 0.38	2 c	38	- 0.004	0.008
2 c	»	38	- 0.004	+ 0.009	+ 1.12	2 d	44	- 0.008	0.009
3 b	»	40	- 0.011	+ 0.002	+ 0.22	3 a	35	- 0.010	0.008
8 a	»	40	- 0.016	- 0.003	- 0.38	3 b	40	- 0.011	0.009
8 b	»	43	- 0.014	- 0.001	- 0.10	3 c	46	- 0.020	0.009
2 d	»	44	- 0.008	+ 0.005	+ 0.56	8 a	40	- 0.016	0.008
3 c	»	46	- 0.020	- 0.007	- 0.78	8 b	43	- 0.014	0.010
8 c	»	52	- 0.006	+ 0.007	+ 0.70	8 c	52	- 0.006	0.010
12 a	»	64	- 0.031	- 0.018	- 1.38	12 a	64	- 0.031	0.013
14 a	»	70	- 0.006	+ 0.007	+ 0.54	12 b	72	- 0.024	0.013
12 b	»	72	- 0.024	- 0.011	- 0.85	12 c	77	- 0.020	0.015
12 c	»	77	- 0.020	- 0.007	- 0.47	14 a	70	- 0.006	0.013
14 b	»	79	- 0.018	- 0.005	- 0.36	14 b	79	- 0.018	0.014
14 c	»	83	- 0.021	- 0.008	- 0.53	14 c	83	- 0.021	0.015
20 a	II	19	- 0.019	- 0.011	- 2.20	20 a	19	- 0.019	0.005
20 b	»	23	+ 0.003	+ 0.011	+ 1.83	20 b	23	+ 0.003	0.006
23 a	»	25	- 0.023	- 0.015	- 2.50	20 c	30	+ 0.001	0.006
23 b	»	29	- 0.009	- 0.001	- 0.14	23 a	25	- 0.023	0.006
20 c	»	30	+ 0.001	+ 0.009	+ 1.50	23 b	29	- 0.009	0.007
23 c	»	36	- 0.006	+ 0.002	+ 0.29	23 c	36	- 0.006	0.007
34 a	»	37	+ 0.009	+ 0.017	+ 2.83	34 a	37	+ 0.009	0.006
34 b	»	42	+ 0.008	+ 0.016	+ 2.29	34 b	42	+ 0.008	0.007
44 a	»	44	- 0.005	+ 0.003	+ 0.38	34 c	48	- 0.001	0.008
34 c	»	48	- 0.001	+ 0.007	+ 0.88	44 a	44	- 0.005	0.008
44 b	»	50	- 0.008	$\pm$ 0.000	$\pm$ 0.00	44 b	50	- 0.008	0.009
44 c	»	57	- 0.020	- 0.012	- 1.20	44 c	57	- 0.020	0.010
57 a	»	63	+ 0.002	+ 0.010	+ 1.11	57 a	63	+ 0.002	0.009
58 a	»	65	- 0.012	- 0.004	- 0.44	57 b	68	- 0.002	0.010
58 b	»	68	- 0.002	+ 0.006	+ 0.60	57 c	74	- 0.004	0.011
57 b	»	70	- 0.011	- 0.003	- 0.30	57 d	80	- 0.010	0.011
57 c	»	74	- 0.004	+ 0.004	+ 0.36	58 a	65	- 0.012	0.009
64 a	»	75	- 0.023	- 0.015	- 1.25	58 b	70	- 0.011	0.010
58 c	»	76	- 0.013	- 0.005	- 0.45	58 c	76	- 0.013	0.011
57 d	»	80	- 0.010	- 0.002	- 0.18	58 d	82	- 0.013	0.012
58 d	»	82	- 0.013	- 0.005	- 0.42	64 a	75	- 0.023	0.012
64 b	»	86	- 0.028	- 0.020	- 1.54	64 b	86	- 0.028	0.013
66 a	III	22	- 0.014	- 0.012	- 2.40	66 a	22	- 0.014	0.005
70 a	»	25	- 0.021	- 0.019	- 3.80	66 b	26	- 0.011	0.006
66 b	»	26	- 0.011	- 0.009	- 1.50	66 c	33	- 0.007	0.006
71 a	»	27	- 0.009	- 0.007	- 1.40	70 a	25	- 0.021	0.005
72 a	»	28	- 0.018	- 0.016	- 3.20	70 b	30	+ 0.002	0.006

N:o	Bonität	Alter	Der Excess $\beta_4$	$\beta_4 - M\beta_4$ = Mittel aus den $\beta_4$ -Werten der Bonität	$\frac{\beta_4 - M\beta_4}{\varepsilon(\beta_4)}$	Die auf derselben Fläche ermittelten $\beta_4$ -Werte nach einander geordnet			
						N:o	Alter	$\beta_4$	$\varepsilon(\beta_4)$
70 b	III	30	+ 0.002	+ 0.004	+ 0.67	70 c	35	- 0.003	0.006
78 a	»	31	- 0.028	- 0.026	- 3.25	70 d	40	+ 0.008	0.007
71 b	»	32	+ 0.004	+ 0.006	+ 1.00	71 a	27	- 0.009	0.005
72 b	»	33	- 0.008	- 0.006	- 1.00	71 b	32	+ 0.004	0.006
66 c	»	33	- 0.007	- 0.005	- 0.83	71 c	38	- 0.002	0.006
70 c	»	35	- 0.003	- 0.001	- 0.17	72 a	28	- 0.018	0.005
71 c	»	38	- 0.002	$\pm$ 0.000	$\pm$ 0.00	72 b	33	- 0.008	0.006
86 a	»	39	+ 0.003	+ 0.005	+ 0.83	72 c	39	- 0.002	0.006
72 c	»	39	- 0.002	$\pm$ 0.000	$\pm$ 0.00	78 a	31	- 0.028	0.008
78 b	»	39	- 0.024	- 0.022	- 2.44	78 b	39	- 0.024	0.009
70 d	»	40	+ 0.008	+ 0.010	+ 1.43	78 c	43	- 0.018	0.009
78 c	»	43	- 0.018	- 0.016	- 1.78	86 a	39	+ 0.003	0.006
90 a	»	44	- 0.010	- 0.008	- 1.00	86 b	45	+ 0.010	0.007
86 b	»	45	+ 0.010	+ 0.012	+ 1.71	86 c	52	+ 0.001	0.008
92 a	»	45	+ 0.041	+ 0.043	+ 4.78	90 a	44	- 0.010	0.008
95 a	»	46	+ 0.018	+ 0.020	+ 2.50	90 b	50	- 0.017	0.008
92 b	»	48	+ 0.044	+ 0.046	+ 5.11	90 c	57	- 0.027	0.009
90 b	»	50	- 0.017	- 0.015	- 1.88	92 a	45	+ 0.041	0.009
86 c	»	52	+ 0.001	+ 0.003	+ 0.38	92 b	48	+ 0.044	0.009
95 b	»	54	+ 0.005	+ 0.007	+ 0.88	92 c	57	+ 0.036	0.009
92 c	»	57	+ 0.036	+ 0.038	+ 4.22	95 a	46	+ 0.018	0.008
90 c	»	57	- 0.027	- 0.025	- 2.78	95 b	54	+ 0.005	0.008
107 a	IV	28	+ 0.001	- 0.003	- 0.60	107 a	28	+ 0.001	0.005
109 a	»	31	- 0.003	- 0.007	- 1.00	107 b	34	+ 0.016	0.006
107 b	»	34	+ 0.016	+ 0.012	+ 2.00	107 c	39	+ 0.012	0.006
109 b	»	34	- 0.002	- 0.006	- 0.75	109 a	31	- 0.003	0.007
107 c	»	39	+ 0.012	+ 0.008	+ 1.33	109 b	34	- 0.002	0.008
109 c	»	43	- 0.007	- 0.011	- 1.38	109 c	43	- 0.007	0.008
117 a	»	50	- 0.008	- 0.012	- 1.09	117 a	50	- 0.008	0.011
117 b	»	59	- 0.008	- 0.012	- 1.09	117 b	59	- 0.008	0.011
119 a	»	59	+ 0.024	+ 0.020	+ 2.00	119 a	59	+ 0.024	0.010
119 b	»	65	+ 0.013	+ 0.009	+ 0.90	119 b	65	+ 0.013	0.010
120 a	V	32	+ 0.095	+ 0.058	+ 14.50	120 a	32	+ 0.095	0.004
120 b	»	38	+ 0.091	+ 0.054	+ 13.50	120 b	38	+ 0.091	0.004
120 c	»	43	+ 0.081	+ 0.044	+ 8.80	120 c	43	+ 0.081	0.005
121 a	»	46	+ 0.019	- 0.018	- 3.00	121 a	46	+ 0.019	0.006
121 b	»	53	+ 0.027	- 0.010	- 1.43	121 b	53	+ 0.027	0.007
123 a	»	60	+ 0.035	- 0.002	- 0.22	123 a	60	+ 0.035	0.009
124	»	61	+ 0.028	- 0.009	- 1.00	123 b	68	+ 0.010	0.010
125 a	»	64	+ 0.070	+ 0.033	+ 3.67	124	61	+ 0.028	0.009
123 b	»	68	+ 0.010	- 0.027	- 2.70	125 a	64	+ 0.070	0.009
125 b	»	71	+ 0.031	- 0.006	- 0.67	125 b	71	+ 0.031	0.009
126 a	»	77	- 0.008	- 0.045	- 4.09	126 a	77	- 0.008	0.011
127	»	81	+ 0.010	- 0.027	- 2.45	126 b	83	- 0.012	0.011
126 b	»	83	- 0.012	- 0.049	- 4.45	127	81	+ 0.010	0.011

Die Korrelation zwischen  $\beta_3$  und  $\beta_4$  ist in der Bonität I sehr unsicher, und auch in der Bonität II und IV lässt sich mit Beachtung der resp. Mittelfehler ein festerer Zusammenhang zwischen den zwei betreffenden Charakteristiken nicht mit Sicherheit feststellen. Betrachtet man dagegen die Korrelationskoeffizienten der verschiedenen Bonitäten im Zusammenhang, so ist eine negative Korrelation zwischen Asymmetrie und Excess der Stammverteilungsreihe unzweifelhaft. Eine Erhöhung des Korrelationskoeffizienten mit abnehmender Bonität ist ebenfalls merkbar und weist auf einen festeren Zusammenhang zwischen den Faktoren hin, die die Asymmetrie und den Excess bedingen. Da, wie erwähnt, die negative Asymmetrie der Stammverteilung mit abnehmender Bonität zuzunehmen scheint, ist somit eine Veränderung des Excesses in entgegengesetzter Richtung zu erwarten. In der Tat verhält es sich auch so, wie aus folgender Zusammenstellung der Mittel der  $\beta_4$ -Werte ersichtlich ist:

Bonität	I	$M\beta_4 = -0.013 \pm 0.002$
»	II	$M\beta_4 = -0.008 \pm 0.002$
»	III	$M\beta_4 = -0.002 \pm 0.001$
»	IV	$M\beta_4 = +0.004 \pm 0.003$
»	V	$M\beta_4 = +0.037 \pm 0.002$

Im allgemeinen kommen sichere signifikative Unterschiede zwischen den Mittelwerten der  $\beta_4$  zweier auf einander folgenden Bonitäten nicht vor, aber andererseits äussert sich ein unzweifelhafter Einfluss des Standortes, wenn man Werte aus Beständen mit grösserer Verschiedenheit in der Bonität vergleicht, sowie in dem regelmässigen Gang von  $\beta_4$  in der obenstehenden Zusammenstellung.

Es scheint somit als würden die, eine grosse negative Asymmetrie bedingenden Faktoren den Excess, wenigstens betreffs der geringeren Bonitäten, in positiver Richtung beeinflussen. Geht man von den früher ausgesprochenen Ansicht aus, dass die Stammverteilungskurve des Bestandes durch Addition der Frequenzkurven der verschiedenen (KRAFFT'schen) Stammklassen gebildet ist, so kann die Veränderung des Excesses mit dem Standorte auf bekannte Tatsachen zurückgeführt werden. Je grösser der Unterschied zwischen dem Mittel der addierten Reihen ist, mit um so grösserer Wahrscheinlichkeit kann man unter im übrigen ähnlichen Verhältnissen einen negativen Excess in der resultierenden Stammverteilungsreihe erwarten, und andererseits, je übereinstim-

mender die Mittel sind, um so grösser sind die Voraussetzungen eines positiven Excesses. Beim Entstehen excessiver Verteilungsreihen durch Addition spielt unter anderen auch die Anzahl der Individuen der Komponentenreihen eine Rolle. Eine grössere Individuenanzahl in den Reihen, deren Mittel in der Nähe des Mittels der resultierenden Reihe liegt, führt, wie leicht einzusehen ist, zu einem (in positiver Richtung) grösseren Excess. Es ist früher hervorgehoben worden, dass die Anzahl der Stämme, die eine freiere Stellung und demzufolge auch grössere Dimensionen erreichen, in Beständen auf geringeren Bonitäten zufolge der geringen Ausbreitung der Bäume relativ klein ist. Auch die grösseren negativen Abweichungen von dem Mittel — die am meisten unterdrückten Bäume — dürften auf schlechteren Standorten verhältnismässig seltener sein, da die Fähigkeit der Bäume Beschattung zu ertragen mit der Standortsqualität abnimmt. Es ist auf Grund des Obenerwähnten natürlich, dass der Excess mit abnehmender Bonität in der positiven Richtung verändert wird.

Bei einem Vergleich der Abweichung der  $\beta_4$ -Werte vom resp. Mittelwert für jede Bonität gesondert, ergibt sich in folgenden Fällen ein Unterschied, der 3 mal den Mittelfehler überschreitet:

Bonität	N:o	Abweichung mit $\varepsilon(\beta_4)$ als Einheit
III	70 a	— 3.8
»	72 a	— 3.2
»	78 a	— 3.2
»	92 a	+ 4.8
»	92 b	+ 5.1
»	92 c	+ 4.2
»	120 a	+ 14.5
»	120 b	+ 13.5
»	120 c	+ 8.8
»	125 a	+ 3.7
»	126 a	— 4.1
»	126 b	— 4.5

Gruppiert man das Material unter Ausscheidung der Bestände 70 a, 72 a, 120 a, 120 b und 120 c, die schon in anderen Hinsichten einen abweichenden Charakter gezeigt haben, in den früher angegebenen nach der Stammzahl gebildeten Gruppen, so kommen, wie aus Tabelle XVI hervorgeht, von dem betr. Gruppenmittel signifikativ abweichende  $\beta_4$ -Werte in folgenden Fällen vor:

Tabelle XVI. Der Excess gruppenweise zusammengestellt.

N:o	Bonität	Alter	Der Excess $\beta_4$	$\beta_4 - M'\beta_4$ $M\beta_4 =$ Mittel aus den $\beta_4$ - Werten der Gruppe	$\frac{\beta_4 - M'\beta_4}{\varepsilon(\beta_4)}$
Gruppe A. Stammreiche Bestände.					
34 a	II	37	+ 0.009	+ 0.013	+ 2.17
34 b	»	42	+ 0.008	+ 0.012	+ 1.71
34 c	»	48	- 0.001	+ 0.003	+ 0.38
57 a	»	63	+ 0.002	+ 0.006	+ 0.67
58 a	»	65	- 0.012	- 0.008	- 0.89
57 b	»	68	- 0.002	+ 0.002	+ 0.20
58 b	»	70	- 0.011	- 0.007	- 0.70
57 c	»	74	- 0.004	$\pm$ 0.000	$\pm$ 0.00
58 c	»	76	- 0.013	- 0.009	- 0.82
57 d	»	80	- 0.010	- 0.006	- 0.55
58 d	»	82	- 0.013	- 0.009	- 0.75
Gruppe B. Stammarme Bestände.					
20 a	II	19	- 0.019	- 0.006	- 1.20
20 b	»	23	+ 0.003	+ 0.016	+ 2.67
23 a	»	25	- 0.023	- 0.010	- 1.67
23 b	»	29	- 0.009	+ 0.004	+ 0.57
20 c	»	30	+ 0.001	+ 0.014	+ 2.33
23 c	»	36	- 0.006	+ 0.007	+ 1.00
64 a	»	75	- 0.023	- 0.010	- 0.83
64 b	»	86	- 0.028	- 0.015	- 1.15
Gruppe C. Mitteldichte Bestände.					
44 a	II	44	- 0.005	+ 0.006	+ 0.75
44 b	»	50	- 0.008	+ 0.003	+ 0.33
44 c	»	57	- 0.020	- 0.009	- 0.90
Gruppe A. Stammreiche Bestände.					
71 a	III	27	- 0.009	- 0.009	- 1.80
70 b	»	30	+ 0.002	+ 0.002	+ 0.33
71 b	»	32	+ 0.004	+ 0.004	+ 0.66
72 b	»	33	- 0.008	- 0.008	- 1.33
70 c	»	35	- 0.003	- 0.003	- 0.50
71 c	»	38	- 0.002	- 0.002	- 0.33
72 c	»	39	- 0.002	- 0.002	- 0.33
86 a	»	39	+ 0.003	+ 0.003	+ 0.50
70 d	»	40	+ 0.008	+ 0.008	+ 1.14
86 b	»	45	+ 0.010	+ 0.010	+ 1.43
86 c	»	52	+ 0.001	+ 0.001	+ 0.12

N:o	Bonität	Alter	Der Excess $\beta_4$	$\beta_4 - M'\beta_4$ $M\beta_4 =$ Mittel aus den $\beta_4$ - Werten der Gruppe	$\frac{\beta_4 - M'\beta_4}{s(\beta_4)}$
Gruppe B. Stammarme Bestände.					
78 a	III	31	- 0.028	- 0.037	- 4.62
78 b	»	39	- 0.024	- 0.033	- 3.67
78 c	»	43	- 0.018	- 0.027	- 3.00
92 a	»	45	+ 0.041	+ 0.032	+ 3.56
92 b	»	48	+ 0.044	+ 0.035	+ 3.89
92 c	»	57	+ 0.036	+ 0.027	+ 3.00
Gruppe C. Mitteldichte Bestände.					
66 a	III	22	- 0.014	- 0.006	- 1.20
66 b	»	26	- 0.011	- 0.003	- 0.50
66 c	»	33	- 0.007	+ 0.001	+ 0.17
90 a	»	44	- 0.010	- 0.002	- 0.25
95 a	»	46	+ 0.018	+ 0.026	+ 3.25
90 b	»	50	- 0.017	- 0.009	- 1.12
95 b	»	54	+ 0.005	+ 0.013	+ 1.62
90 c	»	57	- 0.027	- 0.019	- 2.11
Gruppe A. Stammreiche Bestände.					
107 a	IV	28	+ 0.001	- 0.009	- 1.80
107 b	»	34	+ 0.016	+ 0.006	+ 1.00
107 c	»	39	+ 0.012	+ 0.002	+ 0.33
Gruppe B. Stammarme Bestände.					
109 a	IV	31	- 0.003	- 0.004	- 0.57
109 b	»	34	- 0.002	- 0.003	- 0.38
109 c	»	43	- 0.007	- 0.008	- 1.00
117 a	»	50	- 0.008	- 0.009	- 0.82
117 b	»	59	- 0.008	- 0.009	- 0.82
119 a	»	59	+ 0.024	+ 0.023	+ 2.30
119 b	»	65	+ 0.013	+ 0.012	+ 1.20
Gruppe A. Stammreiche Bestände.					
121 a	V	46	+ 0.019	- 0.018	- 3.00
121 b	»	53	+ 0.027	- 0.010	- 1.43
125 a	»	64	+ 0.070	+ 0.033	+ 3.64
125 b	»	71	+ 0.031	- 0.006	- 0.67
Gruppe B. Stammarme Bestände.					
123 a	V	60	+ 0.035	+ 0.024	+ 2.67
124	»	61	+ 0.028	+ 0.017	+ 1.89
123 b	»	68	+ 0.010	- 0.001	- 0.10
126 a	»	77	- 0.008	- 0.019	- 1.73
127	»	81	+ 0.010	- 0.001	- 0.09
126 b	»	83	- 0.012	- 0.023	- 2.09

Bonität	Gruppe	N:o	Abweichung vom Gruppenmittel mit $\varepsilon(\beta_4)$ als Einheit:
III	B	78 a	- 4.6
»	»	78 b	- 3.7
»	»	92 a	+ 3.6
»	»	92 b	+ 3.9
»	C	95 a	+ 3.3
V	B	125 a	+ 3.6

Die abweichenden Werte gehören, wie ersichtlich, mit zwei Ausnahmen, zu derselben Gruppe, und das Material kann somit hinsichtlich der Fluktuationen der  $\beta_4$ -Werte nach der Gruppierung im grossen Ganzen als homogen angesehen werden.

Der mittlere Excess,  $M'\beta_4$ , in den verschiedenen Gruppen hat folgende Werte:

Bonität	Gruppe	$M'\beta_4$
II	A Stammreiche Bestände	- 0.004 $\pm$ 0.003
»	B Stammarme »	- 0.013 $\pm$ 0.003
»	C Mitteldichte »	- 0.011 $\pm$ 0.005
III	A Stammreiche »	$\pm$ 0.000 $\pm$ 0.002
»	B Stammarme »	+ 0.009 $\pm$ 0.004
»	C Mitteldichte »	- 0.008 $\pm$ 0.003
IV	A Stammreiche »	+ 0.010 $\pm$ 0.003
»	B Stammarme »	+ 0.001 $\pm$ 0.004
V	A Stammreiche »	+ 0.037 $\pm$ 0.004
»	B Stammarme »	+ 0.011 $\pm$ 0.004

Aus obigen Zahlen geht als Regel hervor, dass stammreiche Gruppen einen positiv genommen grösseren Excess haben. Eine Ausnahme bildet die Gruppe A der Bonität III mit einem grösseren  $\beta_4$ -Wert als die stammreiche Gruppe derselben Bonität.

Diese Gruppe umfasst jedoch nur 6 Bestände auf zwei Beobachtungsflächen und da 4 dieser Bestände von dem gemeinsamen Mittel signifikativ abweichen, erscheint die Homogenität der Gruppe sehr zweifelhaft. Prüft man die  $\beta_4$ -Werte dieser Gruppe näher, so ergibt es sich, dass die Bestände auf der Beobachtungsfläche 78 einen Excess von -0,028 bis -0,018, im Mittel -0,023 haben, während der Excess

der Bestände auf der Beobachtungsfläche 92 einen Wert von  $+0,041$  bis  $+0,036$ , im Mittel  $+0,040$  zeigt. Der Unterschied zwischen diesen Mittelwerten ist  $0,064 \pm 0,004$  und somit signifikativ. Die Heterogenität der Gruppe ist damit vollständig erwiesen und unter solchen Umständen kann auch das Mittel der  $\beta_4$ -Werte dieser Gruppe keine Bedeutung als typischer Wert von Beständen einer gewissen Beschaffenheit zugeschrieben werden.

Wird die obenerwähnte heterogene Gruppe ausgeschlossen, dann haben die stammreichen Bestände immer einen durchschnittlich grösseren Excess. Um die Verschiedenheiten in dieser Hinsicht zwischen den Gruppen näher zu untersuchen, sind die Mittelfehler des Unterschiedes zwischen dem Mittelwert des Excesses in den verschiedenen Gruppen und den entsprechenden Werten der ganzen Bonität in folgender Übersicht tabellarisch zusammengestellt.

Bonität	Gruppe	Mittlerer Excess in der Bonität $M\beta_4$	Mittlerer Excess in der Gruppe $M'\beta_4$	$M'\beta_4 - M\beta_4$	$\varepsilon(M'\beta_4 - M\beta_4)$ <sup>1)</sup>
II	A	- 0.008	- 0.004	+ 0.004	$\pm 0.0017$
»	B	- 0.008	- 0.013	- 0.005	$\pm 0.0023$
»	C	- 0.008	- 0.011	- 0.003	$\pm 0.0048$
III	A	$\pm 0.000$	$\pm 0.000$	$\pm 0.000$	$\pm 0.0017$
»	C	$\pm 0.000$	- 0.008	- 0.008	$\pm 0.0019$
IV	A	+ 0.004	+ 0.010	+ 0.006	$\pm 0.0032$
»	B	+ 0.004	+ 0.001	- 0.003	$\pm 0.0001$
V	A	+ 0.021	+ 0.037	+ 0.016	$\pm 0.0070$
»	B	+ 0.021	+ 0.011	+ 0.010	$\pm 0.0050$

Die Differenzen zwischen dem Mittel der  $\beta_4$ -Werte der verschiedenen Gruppen und der resp. Bonitäten sind somit im allgemeinen nicht grösser als dass sie auf zufälligen Ursachen beruhen könnten. Die Frage ob der Excess von den Umständen, die eine grössere Stammzahl bei entsprechendem Alter bedingen, beeinflusst wird, darf jedoch nicht aus diesem Grunde in negativer Richtung entschieden werden. Die Grösse des Unterschiedes  $M'\beta_4 - M\beta_4$  ist, wenn sie von denselben Faktoren wie die verschiedene Stammzahl verursacht wird, natürlich davon abhängig, in welchem Grade die Gruppe von den übrigen zu derselben Bonität gehörenden Beständen abweicht. Wo die Verschiedenheiten zwischen den Gruppen klein und die verglichenen Werte — wie in diesem Falle

<sup>1)</sup> Die Mittelfehler sind nach der auf Seite 69 gegebenen Formel berechnet.

— mit grossen Mittelfehlern behaftet sind, können die Differenzen leicht innerhalb der Fehlergrenze geraten. Wie aus obiger Darstellung hervorgeht, sind die Differenzen meistens grösser als der zweifache Mittelfehler <sup>1)</sup>, welcher Umstand, neben der regelmässigen Veränderung des Excesses mit dem Stammreichtum der Bestände, an die Hand gibt, dass die Verschiedenheit zwischen den Gruppen-Mitteln kaum zufälliger Natur ist. Man muss deshalb, trotz der nicht signifikativen Differenzen, annehmen, dass ein grösserer Schlussgrad der Bestände im allgemeinen den Excess in derselben Richtung wie eine geringe Bonität beeinflusst.

Da die Stammzahl bei gegebenem Alter in der Regel in Beständen auf geringeren Bonitäten grösser ist, könnte man annehmen, dass die eigentliche Ursache der Veränderung des Excesses mit der Bonität in der grösseren Stammzahl zu suchen wäre. Um diesen Umstand näher zu prüfen, ist folgende Tabelle zusammengestellt:

Stammzahl der Bestände	Mittelwert von $\beta_4$ in Beständen auf folgenden Bonitäten					
	I	II	III	IV	V	Anm.
6500—7500	—	(1) — 0.019	(2) — 0.020	—	—	Die Zahlen in Klammern geben die Anzahl der Beobachtungen an, aus denen der $\beta_4$ -Wert als arith. Mittel berechnet ist.
5000—6000	—	(2) — 0.010	(6) — 0.004	(3) + 0.010	(1) + 0.019	
3500—4500	—	(2) — 0.004	(3) — 0.001	—	(1) + 0.027	
2500—3500	(5) — 0.007	(5) + 0.001	(4) + 0.005	—	—	
1500—2000	(4) — 0.013	(7) — 0.009	(6) + 0.014	(4) + 0.005	(5) + 0.035	
Mittelwert	(9) — 0.010	(17) — 0.006	(21) + 0.003	(7) + 0.007	(7) + 0.011	

Aus den Zahlen in der obigen Tabelle geht deutlich hervor, dass der Excess eine steigende Tendenz mit abnehmender Standortqualität zeigt. Dass die Stammzahl als solche keinen Einfluss auf den Excess ausübt, geht schon aus dem Umstand hervor, dass  $\beta_4$  vom Alter unabhängig ist, während die Stammzahl mit zunehmendem Alter schnell abnimmt.

Die zwischen den Gruppen konstatierte Verschiedenheit ist demnach auch nicht der Stammzahl direkt zuzuschreiben, sondern der verschiedenen Behandlung, worauf die Stammzahl in diesen Fällen deutet. Nunmehr ist auch der niedrigere Wert des Excesses in Gruppen mit geringerer Stammzahl vollständig verständlich. Es ist nämlich klar, dass eine stärkere Durchforstung die Ausbreitungsfähigkeit (»Spred-

<sup>1)</sup> Bei zufälliger Variation liegen c:a 68 % der Fälle zwischen den Grenzen  $\pm \varepsilon$  und c:a 96 % der Fälle zwischen den Grenzen  $\pm 2 \varepsilon$ .

ningsevne) der Bäume vergrössern wird und somit dem Umstande entgegenwirkt, der, wie oben angeführt, einen grossen Excess in der Stammverteilungsreihe bewirkt.

Während ein Einfluss des Standortes auf den Asymmetriekoeffizienten nicht mit Sicherheit konstatiert werden konnte und ein Unterschied zwischen den Asymmetriekoeffizienten der auf Grund der Stammzahl gebildeten Gruppen nicht hervortrat, ist der Excess sowohl nach der Bonität als auch in den Gruppen verschieden. Diese Tatsache ist geeignet befremdend zu wirken, da doch eine Korrelation zwischen  $\beta_3$  und  $\beta_4$  besteht. Die Erklärung dürfte folgende sein: Wie schon früher gezeigt ist, beruht eine Verschiedenheit sowohl in der Asymmetrie als in dem Excess auf einem anderen Verhältnis der vorherrschenden Stammklasse zu dem übrigen Bestande oder, mit anderen Worten, auf einer verschiedenen Frequenz in den vom Mittel der Stammverteilungsreihe am meisten in positiver Richtung abweichenden Durchmesserstufen. Das vierte Moment ist natürlich empfindlicher gegen Ungleichheiten in dieser Hinsicht als das dritte; dieselben kommen darum auch deutlicher in dem Excess als in der Asymmetrie zum Vorschein.

Als Resultat der Untersuchung über den Excess der Stammverteilungsreihe sei angeführt:

dass der Excess von dem Alter des Bestandes unabhängig scheint;

dass der Excess mit der Standortsbonität und dem Stammreichtum des Bestandes so variiert, dass ein positiv genommen grösserer Excess in Beständen auf geringeren Standorten und mit einer relativ grösseren Stammzahl vorkommt.

## **Verschiedene Entwicklungsreihen, die in dem Material vorkommen.**

Die vorhergehende Untersuchung hat erwiesen, dass systematische Verschiedenheiten zwischen den Beständen, die die schweizerische Versuchsanstalt zu derselben Bonität gezählt hat, vorkommen. Das Material erfüllt also nicht die Anforderungen auf Gleichförmigkeit, die unerlässlich sind, wenn die Bearbeitung nach der indirekten Methode zu einer richtigen Auffassung von der Bestandesentwicklung führen soll. Da die der Arbeit zu Grunde liegenden Erhebungen in vorliegendem Falle in relativ wenigen Beständen gemacht worden sind, so ist die Homogenität des Materials um so wichtiger. Je weniger zahlreich die Beobachtungen sind, um so kleiner sind die Aussichten einer Kompensation der vorkommenden Verschiedenheiten und um so störender ist der Einfluss eventueller heterogener Elemente. Es ist deshalb notwendig, die ungleichartigen Bestände aus dem Material auszuscheiden, bevor die Charakteristiken der Stammverteilungsreihe für verschiedene Altersperioden berechnet werden.

Es ist aus aprioristischen Gründen angenommen, dass die Heterogenität des Materials durch eine verschiedenartige Behandlung der Bestände, bevor sie als Beobachtungsbestände gewählt wurden, verursacht worden sei und dass eine verschiedene Behandlung in der Stammzahl des Bestandes zu Tage trete. Um die Heterogenität kleiner zu machen, sind Gruppen von Beständen mit ungefähr übereinstimmender Stammzahl pro Flächeneinheit bei entsprechendem Alter gebildet. Die Gruppierung hat im allgemeinen die auf eine konstante Verschiedenheit der Entwicklungsbedingungen hindeutenden Abweichungen der Charakteristiken der Stammverteilungsreihe von dem für die resp. Gruppe berechneten typischen Wert derselben, sowohl der Anzahl als dem Betrage nach, bedeutend vermindert.

In der Regel wird jedoch durch diese Gruppierung keine vollständige Homogenität des Materials erreicht. Es ist deshalb notwendig,

gewisse bei der Besprechung der verschiedenen Charakteristiken näher begründete Ausschlüsse vorzunehmen, bevor die Unterschiede zwischen den Beständen rein zufälligen Umständen zugeschrieben werden können. Die Gruppen umfassen indessen nicht alle eine so grosse Anzahl Beobachtungen oder eine Altersperiode von solcher Länge, dass sie einer Darstellung der Bestandesentwicklung zu Grunde gelegt werden könnten. Eine diesbezügliche Prüfung wird also vorgenommen im Zusammenhange mit der hier folgenden Übersicht der eine homogene Entwicklungsreihe bildenden Bestandesgruppen, die aus dem Material isoliert werden können.

Bonität I. Die zu dieser Bonität gehörenden Bestände bilden eine hervorragend homogene Gruppe. Eine Gruppierung der Bestände nach der Stammzahl ist nicht notwendig, da die Variationen der Stammzahl rein zufällig zu sein scheinen. Nachdem der Bestand 8 a, der einen signifikativ abweichenden Mittedurchmesser, Variationskoeffizient und Dispersion hat, ausgeschieden worden ist, umfasst die Gruppe die Bestände 2 a, 2 b, 2 c, 2 d, 3 a, 3 b, 3 c, 8 b, 8 c, 12 a, 12 b, 12 c, 14 a, 14 b und 14 c. Die Charakteristiken der Stammverteilungsreihe haben folgende Werte, welche für die Altersperiode von ca 30—80 Jahren, die die Beobachtungen umfassen, gelten:

Der Mittedurchmesser ..	$D = 0.33743 A + 3.945.$
Die Dispersion .....	$\sigma = 0.07242 A + 1.288.$
Der Variationskoeffizient..	$V = 23.8 \pm 0.2.$
Der Asymmetriekoeffizient $\beta_3$	$= - 0.077 \pm 0.009.$
Der Excess .....	$\beta_4 = - 0.013 \pm 0.003.$

#### Bonität II. Stammreiche Bestände.

In Bonität II ist ein deutlicher Unterschied in der Stammzahl zwischen den Beständen vorhanden, die demnach in drei Gruppen eingeteilt werden können. Von den zu inredestehender Gruppe gehörenden Beständen weicht 34 a bezüglich des Mittels und des Variationskoeffizienten ab. Die Bestände 34 b und 34 c haben einen abweichenden Variationskoeffizienten. Aus früher (bei der Besprechung der Dispersion) angeführten Gründen ist die Gleichartigkeit der Bestände 34 a, 34 b, und 34 c mit dem übrigen Material zweifelhaft. Prüft man die höheren Charakteristiken dieser Bestände, so ergibt sich, dass sowohl der Asymmetriekoeffizient (s. Tabelle XIII u. XIV) als auch der Excess von den übrigen Beständen dieser Gruppe beträcht-

lich abweichende Werte haben, obgleich die Differenz infolge der grossen Mittelfehler nicht als signifikativ erscheint. Die Abweichungen des Variationskoeffizienten, des Asymmetriekoeffizienten und des Excesses deuten alle auf eine relativ grosse Stammzahl dieser Bestände hin. Die Verschiedenheit scheint aber mit der Zeit abzunehmen (vgl. Tabelle VIII, XIII u. XIV), sodass eine vollständige Übereinstimmung mit den übrigen Beständen bei entsprechendem Alter sehr wohl möglich ist. Jedenfalls dürften die Unterschiede zwischen den Beständen so gross sein, dass eine Darstellung der regelmässigen Bestandesentwicklung auf Grund derselben nicht erhalten werden kann. Es sei auch hervorgehoben, dass die Bestände auf den Beobachtungsflächen N:o 51 und 58 durch natürliche Verjüngung entstanden sind, wogegen der Bestand auf N:o 34 künstlich begründet ist, worin vielleicht die Ursache zu der konstatierte Verschiedenartigkeit zu suchen ist. Werden die Bestände 34 a, 34 b und 34 c ausgeschieden, ist durch die übrigen eine so kurze Zeitperiode vertreten, dass die Entwicklungslinien für Durchmesser und Dispersion nicht sicher bestimmt werden können.

#### Bonität II. Stammarme Bestände.

Nachdem die besonders in Bezug auf den Variationskoeffizienten abnormen Bestände 20 a und 23 a ausgeschlossen worden sind, bilden die übrigen, die Bestände 20 b, 20 c, 23 b, 23 c, 64 a und 64 b, eine ziemlich homogene Gruppe mit folgenden Werten der Charakteristiken der Stammverteilungsreihe:

Der Mitteldurchmesser.....	$D = 0.36381 A + 0.325.$
Die Dispersion .....	$\sigma = 0.08244 A + 0.328.$
Der Variationskoeffizient....	$V = 24.5 \pm 0.6.$
Der Asymmetriekoeffizient ..	$\beta_3 = - 0.069 \pm 0.012.$
Der Excess .....	$\beta_4 = - 0.010 \pm 0.004.$

#### Bonität II. Mitteldichte Bestände.

Diese Gruppe ist sehr homogen, aber die Zahl der Bestände und der Altersunterschied sind allzu klein, als dass den berechneten Charakteristiken irgend eine Bedeutung zugeschrieben werden könnte.

Bonität III. Die grosse Heterogenität zwischen den zu dieser Bonität gehörenden Beständen hat, nachdem drei Gruppen auf Grund der Stammzahl ausgeschieden wurden, in merkbarem Grade abgenommen.

#### Bonität III. Stammreiche Bestände.

Diese Gruppe ist in völlig befriedigendem Grade homogen, nachdem die besonders hinsichtlich der Entwicklung der Dispersion und des Wertes des Variationskoeffizienten abnormen Bestände 70 a, 71 a und 72 a ausgeschieden worden sind. (70 a hat einen signifikativ abweichenden Durchmesser, die Werte des Asymmetriekoeffizienten in den Beständen 70 a und 71 a und des Excesses in 70 a und 72 a sind abnorm.) Durch die grosse Zahl der Observationen in dieser Gruppe werden die mit dem Alter variablen Charakteristiken ihrer Richtung nach so genau bestimmt, dass eine Extrapolation der Werte für die Altersperiode 50—70 Jahre, worüber Beobachtungen fehlen, wohl stattfinden könnte.

Die Charakteristiken der Stammverteilungsreihe in dieser Gruppe, die von den Beständen 70 b, 70 c, 70 d, 71 b, 71 c, 72 b, 72 c, 86 a, 86 b und 86 c gebildet wird, haben folgende Werte:

Der Mitteldurchmesser . . . .	$D = 0.28436 A + 0.139.$
Die Dispersion . . . . .	$\sigma = 0.08538 A - 0.163.$
Der Variationskoeffizient . .	$V = 28.2 \pm 0.2.$
Der Asymmetriekoeffizient . .	$\beta_3 = -0.101 \pm 0.006.$
Der Excess . . . . .	$\beta_4 = +0.001 \pm 0.002.$

### Bonität III. Stammarme Bestände.

Die Gruppe zeigt in Bezug auf alle anderen Charakteristiken mit Ausnahme des Excesses einen sehr homogenen Charakter, indem nur zwei signifikative Abweichungen vorkommen, nämlich in den Beständen 78 c und 92 a, deren Mitteldurchmesser resp. 5,1 und 3,16 mal den Mittelfehler von dem ausgeglichenen Wert abweichen. In dem Excess äussert sich dagegen eine ausgeprägte Heterogenität. Prüft man die anderen Charakteristiken näher, so folgt auch für diese, dass eine Heterogenität augenscheinlich vorhanden ist. Die Entwicklungsrichtung des Mitteldurchmessers in den Beständen auf den zwei Beobachtungsflächen zeigen einen deutlich divergierenden Charakter (s. Diagramm N:o 8. Die Punkte 78 a, b und c liegen auf einer, die Punkte 92 a, b und c auf einer anderen Linie, die sich schneiden.) So verhält es sich auch mit der Dispersion (s. Diagr. N:o 20). Es muss deshalb als ein reiner Zufall betrachtet werden, dass die Punkte so liegen, dass nicht mehrere signifikative Unterschiede zwischen den ursprünglichen und den ausgeglichenen Werten entstanden sind. Die Asymmetrie weist einen mit dem in dem Excess auftretenden analogen Unterschied auf zwischen den Beständen der beiden Beobachtungsflächen (s. Tabelle XIII). In den Beständen

78 a, b, c, hat  $\beta_3$  Werte zwischen  $-0,037$  und  $-0,057$ , in den Beständen 92 a, b, c, dagegen zwischen  $-0,156$  und  $-0,165$ . Es ist somit unzweifelhaft, dass die Gruppe heterogen ist und die für dieselbe berechneten Charakteristiken können darum nicht bei der Darstellung der Bestandesentwicklung angewendet werden.

#### Bonität III. Mitteldichte Bestände.

Nach der Ausscheidung des Bestandes 66 a, der sowohl betreffs der Dispersion, des Variations- und des Asymmetriekoeffizienten signifikativ von der übrigen abweicht, können die übrigen Bestände als gleichartig betrachtet werden. Die mit dem Alter veränderlichen Charakteristiken können, da die Punkte weit von einander liegen und der Anschluss an den ausgeglichenen Wert gut ist (s. Diagr. N:o 6 u. 21) als so genau bestimmt angesehen werden, dass die Werte für die Altersperioden, worüber Beobachtungen fehlen, extrapolatorisch bestimmt werden können.

Die Charakteristiken haben folgende Werte in dieser, die Bestände 96 b, 66 c, 90 a, 90 b, 90 c, 95 a, und 95 b umfassenden Gruppe:

Der Mitteldurchmesser . . . . .  $D = 0.27065 A + 1.732.$

Die Dispersion . . . . .  $\sigma = 0.09030 A - 0.169.$

Der Variationskoeffizient . . . . .  $V = 27.6 \pm 0.3.$

Der Asymmetriekoeffizient . . . . .  $\beta_3 = -0.098 \pm 0.008.$

Der Excess . . . . .  $\beta_4 = -0.007 \pm 0.003.$

#### Bonität IV. Stammreiche Beständen.

Diese Gruppe ist bedeutungslos wegen der geringen Anzahl Bestände, die sie umfasst, und des geringen Altersunterschiedes zwischen ihnen.

#### Bonität IV. Stammarme Bestände.

Signifikative Abweichungen kommen vor: betreffs der Dispersion in dem Bestände 117 a (der  $-5,22$  mal den Mittelfehler von dem ausgeglichenen Werte abweicht) und des Variationskoeffizienten in den Beständen 109 a, 117 a und 117 b (die resp.  $+3,07$   $-5,98$  und  $-3,28$  mal den Mittelfehler abweichen). Im übrigen ist die Gruppe homogen. Da sie nur eine geringe Anzahl Beobachtungen umfasst und der Einfluss des abnormen Dispersionswertes deshalb merkbar werden kann, sind die signifikativ abweichenden Bestände 117 a und 117 b ausgeschieden worden. Dadurch wird die Entwicklungsrichtung der Dispersion mit der für alle Bestände gemeinsamen (s. Diagr. N:o 23) übereinstimmender, während

117 a und 117 b, wie aus der Lage der Punkte hervorgeht, die ausgeglichene Dispersionslinie ablenkt. Nach den obenerwähnten Ausschließungen gehören zu der Gruppe die Bestände 109 a, 109 b, 109 c, 119 a und 119 b mit folgenden ausgeglichenen Werten der Charakteristiken der Stammverteilungsreihe:

Der Mitteldurchmesser . . . . .	$D = 0.24798 A + 2.852.$
Die Dispersion . . . . .	$\sigma = 0.06968 A + 0.702.$
Der Variationskoeffizient ..	$V = 27.4 \pm 0.4.$
Der Asymmetriekoeffizient..	$\beta_3 = -0.096 \pm 0.012.$
Der Excess . . . . .	$\beta_4 = +0.005 \pm 0.004.$

Bonität V. Stammreiche Bestände.

Nach Ausscheidung der Bestände 120 a, 120 b und 120 c, deren Mitteldurchmesser, Variations- und Asymmetriekoeffizienten von denen der übrigen Bestände signifikativ abweichen, bilden die Bestände 121 a, 121 b, 125 a und 125 b eine homogene Gruppe mit folgenden Werten der Charakteristiken:

Der Mitteldurchmesser . . . . .	$D = 0.25805 A - 2.348.$
Die Dispersion . . . . .	$\sigma = 0.07035 A - 0.490.$
Der Variationskoeffizient . . . . .	$V = 28.5 \pm 0.3.$
Der Asymmetriekoeffizient ..	$\beta_3 = -0.138 \pm 0.012.$
Der Excess . . . . .	$\beta_4 = +0.037 \pm 0.004.$

Bonität V. Stammarme Bestände.

Die Gruppe, die aus den Beständen 123 a, 123 b, 124, 126 a, 126 b und 127 besteht und worin keine auf eine Heterogenität hinweisende Abweichungen vorkommen, erhält folgende ausgeglichenen Werte der Charakteristiken der Stammverteilungsreihe:

Der Mitteldurchmesser . . . . .	$D = 0.29100 A - 2.772.$
Die Dispersion . . . . .	$\sigma = 0.07316 A - 0.766.$
Der Variationskoeffizient . . . . .	$V = 24.7 \pm 0.4.$
Der Asymmetriekoeffizient ..	$\beta_3 = -0.115 \pm 0.013.$
Der Excess . . . . .	$\beta_4 = +0.011 \pm 0.004.$

## Die Stammzahl.

Um die Anzahl der Stämme in den Durchmesserklassen bestimmen zu können, muss ausser den früher besprochenen Charakteristiken auch die absolute Stammzahl bekannt sein. Die Veränderung der Stammzahl pro Flächeneinheit mit zunehmendem Alter des Bestandes ist ihren allgemeinen Zügen nach bekannt. Von dem Zeitpunkte an, wo der Bestandesschluss eingetreten ist, nimmt die Stammzahl anfangs rasch, später langsamer ab, sodass die ursprünglich oft über 10,000 pro ha umfassende Individuenzahl bei 100-jährigem Alter auf einige Hunderte gesunken ist.

Stellt man die Stammzahlen pro Flächeneinheit der verschiedenen Beobachtungsbeständen graphisch als Funktion des Bestandesalters dar, so scheinen die Ordinatenendpunkte um eine hyperbelartigen Kurve zerstreut zu liegen.<sup>1)</sup> Diese Form der »Stammzahlkurve« ist ganz allgemein, wie aus den den meisten Ertragstafeln beigelegten graphischen Darstellungen ersichtlich ist. Die Ausgleichung der den einzelnen Beobachtungen anhaftenden Unregelmässigkeiten, sowie die interpolatorische Ermittlung der Stammzahlen für Altersstufen, die nicht durch direkte Beobachtungen vertreten sind, kann entweder auf graphischem oder rechnerischem Wege erfolgen. Da es gewisse Vorteile bietet, einen analytischen Ausdruck für die Beziehung zwischen Alter und Stammzahl zu besitzen — es wird dadurch möglich, die Stammzahl für jede beliebige Altersstufe zu bestimmen ohne eine unhandliche Zeichnung an

---

<sup>1)</sup> Die Änderungen der Stammzahl erfolgen nicht stetig, sondern die Stammzahl ist von einer Durchforstung zu der anderen konstant und erfährt dann eine plötzliche Verminderung. Die Darstellung der Stammzahl durch eine stetige Kurve entspricht somit nicht streng den wirklichen Verlauf der Erscheinung. Wie es in analogen Fällen in der Statistik allgemein gemacht wird (siehe FORCHER, H., Die statistische Methode als selbständige Wissenschaft. Leipzig 1913. S. 178 u. ff.), kann eine stetige Funktion jedoch auch hier angewendet werden.

der Hand zu haben, ist hier die rechnerische Ausgleichung der Beobachtungen gewählt.

Um einen analytischen Ausdruck für die Stammzahl  $N$  als Funktion des Alters zu erhalten, könnte man die Gleichung aufstellen: <sup>1)</sup>

$$N = x + yA + zA^2 + \dots,$$

worin  $N$  die Stammzahl pro ha,  $A$  das Alter angeben und die mit den Buchstaben  $x$ ,  $y$ ,  $z$  bezeichneten Konstanten aus den Beobachtungen mittels eines geeigneten Ausgleichungsverfahrens bestimmen. Die allgemeine Form der »Stammzahlkurve«, die sich auch in diesem Falle zeigt, deutet jedoch auf eine andere Gleichungsform hin. Die Kurve hat eine hyperbelähnliche Form und nähert sich asymptotisch den Koordinatenachsen, von denen die x-Achse das Alter darstellt. Dass es sich jedoch nicht um eine gleichschenklige Hyperbel handelt, erkennt man, wenn man die beobachteten Werte in die Gleichung einer gleichschenkligen Hyperbel, bezogen auf die Asymptoten als Achsen,

$$NA = \text{Konstant}$$

einsetzt. Es zeigt sich nämlich, dass das Produkt: Alter mal Stammzahl nicht konstant ist. Die Beobachtungen genügen auch nicht streng genommen einer allgemeinen Hyperbel-Gleichung:

$$N^m A^n = B$$

für Werte 1, 2, 3. auf  $m$  und  $n$ . Am meisten konstant erwies sich das Produkt  $NA^2$ , das sich bei einer Alterzunahme von 40 bis 80 Jahren in Bonität I nur in dem Verhältnis 1 : 1,2 ändert. Um den beobachteten »Gang« des Produktes  $NA^2$  mit dem Alter zu berücksichtigen, wurde

<sup>1)</sup> Über die analytische Darstellung der Stammzahl als Funktion des Alters siehe

WEBER, Lehrbuch der Forsteinrichtung. Berlin 1881. S. 216.

GRAM, J. P., Om Konstruktion af Normal-Tilvaextoversigter, med saerlig Hensyn til Iagttagelserne fra Odsherred. Tidsskrift for Skovbrug. 1887. S. 127.

GRAM hat folgende Formel vorgeschlagen:

$$s = ax^nc^x$$

(Es bezeichnet  $s$  die Stammzahl,  $x$  das Alter, die übrigen Buchstaben sind aus Beobachtungen zu bestimmende Konstanten).

in der Gleichung ein Glied  $CA$ , worin  $C$  eine Konstante bedeutet, zu dem rechten Gliede addiert.

Es wurde somit die Gleichung

$$N = \frac{x + Ay}{A^2}$$

aufgestellt, um die Stammzahl pro ha als Funktion des Alters auszu-  
drücken. Die als unbekannt bezeichneten Konstanten  $x$  und  $y$  sind auf  
Grund der Beobachtungen nach der Methode der kleinsten Quadraten  
bestimmt.

Für die verschiedenen, im vorigen Kapitel angegebenen homogenen  
Entwicklungsreihen erhält man folgende Gleichungen:

Bonität I .....	$N = \frac{2254840 + 35524 A}{A^2}$
Bonität II. Stammarme Bestände.....	$N = \frac{1478560 + 65276 A}{A^2}$
Bonität III. Stammreiche Bestände ....	$N = \frac{2376520 + 105208 A}{A^2}$
Bonität III. Mitteldichte Bestände ....	$N = \frac{1200400 + 100132 A}{A^2}$
Bonität IV. Stammarme Bestände ....	$N = \frac{-723120 + 117904 A}{A^2}$
Bonität V. Stammreiche Bestände .....	$N = \frac{4874960 + 45088 A}{A^2}$
Bonität V. Stammarme Bestände.....	$N = \frac{9837880 + 19312 A}{A^2}$

Wie aus Tabelle XVII hervorgeht, eignet sich die aufgestellte Gleichung ganz gut zur analytischen Darstellung der Stammzahl. Die Variationen der Stammzahl sind im allgemeinen klein und bestätigen somit die auf Seite 16 ausgesprochene Vermutung, dass die Ansicht von der grossen Variabilität der Stammzahl auf der Heterogenität des untersuchten Materials beruht.

Die Stammzahlenabnahme steht biologisch in keiner direkten Kausalbeziehung zum Alter, indem das Absterben der Bäume nicht von deren Alter bedingt ist. Die Ursache der Stammzahlenabnahme ist in dem Zuwachs der Bäume zu suchen. Infolge der Grössen-

Tabelle XVII. Beobachtete und ausgeglichene Stammzahl.

(Die Stammzahlen beziehen sich auf  $\frac{1}{4}$  ha).

N:o	Alter	Beobachtete Stammzahl N	Berechnete Stammzahl N'	N — N'	N — N' % von N'
Bonität I.					
2 a	28	872	1036	— 164	— 15.8
2 b	33	744	787	— 43	— 5.4
3 a	35	736	714	+ 22	+ 3.1
2 c	38	658	624	+ 34	+ 5.4
3 b	40	559	574	— 15	— 2.6
8 b	43	457	511	— 54	— 10.6
2 d	44	569	493	+ 76	+ 15.4
3 c	46	509	459	+ 50	+ 10.9
8 c	52	403	379	+ 24	+ 6.3
12 a	64	254	276	— 22	— 8.0
14 a	70	251	242	+ 9	+ 3.7
12 b	72	230	232	— 2	— 0.9
12 c	77	192	210	— 18	— 8.6
14 b	79	223	203	+ 20	+ 9.8
14 c	83	180	189	— 9	— 4.8
Bonität II. Stammarme Bestände.					
20 b	23	1309	1408	— 99	— 7.0
23 b	29	975	1002	— 27	— 2.7
20 c	30	1071	955	+ 116	+ 12.1
23 c	36	732	739	— 7	— 0.9
64 a	75	270	283	— 13	— 4.6
64 b	86	247	240	+ 7	+ 2.9
Bonität III. Stammreiche Bestände.					
70 b	30	1379	1537	— 158	— 10.28
71 b	32	1390	1402	— 12	— 0.86
72 b	33	1303	1343	— 40	— 2.98
70 c	35	1330	1237	+ 93	+ 7.52
71 c	38	1262	1103	+ 159	+ 14.42
72 c	39	1155	1065	+ 90	+ 8.46
86 a	39	1034	1065	— 31	— 2.92
70 d	40	929	1029	— 100	— 9.72
86 b	45	864	878	— 14	— 1.60
86 c	52	708	726	— 18	— 2.48
Bonität III. Mitteldichte Bestände.					
66 b	26	1351	1407	— 56	— 4.0
66 c	33	1080	1034	+ 46	+ 4.4
90 a	44	710	724	— 14	— 1.9
95 a	46	717	686	+ 31	+ 4.5

N:o	Alter	Beobachtete Stammzahl N	Berechnete Stammzahl N'	N - N'	N - N' % von N'
90 b	50	588	621	- 33	- 5.3
95 b	54	589	567	+ 22	+ 3.9
90 c	57	521	532	- 11	- 2.1
Bonität IV. Stammarme Bestände.					
109 a	31	768	763	+ 5	+ 0.7
109 b	34	703	711	- 8	- 1.1
109 c	43	643	588	+ 55	+ 9.3
119 a	59	436	448	- 12	- 2.7
119 b	65	397	411	- 14	- 3.4
Bonität V. Stammreiche Bestände.					
123 a	60	522	514	+ 8	+ 1.6
124	61	515	512	+ 3	+ 0.6
123 b	68	430	429	+ 1	+ 0.2
126 a	77	343	352	- 9	- 2.6
127	81	324	325	- 1	- 0.3
126 b	83	321	313	+ 8	+ 2.6
Bonität V. Stammarme Bestände.					
121 a	46	1273	1267	+ 6	+ 0.5
121 b	53	992	967	+ 25	+ 2.6
125 a	64	621	676	- 55	- 8.1
125 b	71	584	556	+ 28	+ 5.0

zunahme beanspruchen sie einen grösseren Standraum und dieser kann nur durch die Verminderung der Individuenzahl im Bestände erreicht werden. Man darf wohl annehmen, dass der Standraum der (Brusthöhen-) Grundfläche der Bäume ziemlich proportional ist und es wäre demnach natürlicher die Stammzahl als Funktion der Grundfläche auszudrücken. Der Durchmesser des Grundflächen-Mittelstamms ist eine lineare Funktion des Alters. Man hat nämlich, wenn der Durchmesser, der der arithmetisch mittleren Grundfläche der Bäume entspricht, mit  $Dg$ , der Mitteldurchmesser mit  $D$  und die Dispersion mit  $\sigma$  bezeichnet wird <sup>1)</sup>

$$Dg = \sqrt{D^2 + \sigma^2}$$

<sup>1)</sup> Siehe z. B. den Aufsatz des Verf., Eine Methode den Mittelstammdurchmesser und die Kreisfläche eines Bestandes zu bestimmen. Finska Forstföreningens Meddelanden. Helsingfors 1912. Bd. XXIX. S. 53.

Da sowohl  $D$  wie  $\sigma$  in ihrer Beziehung zum Alter durch Gleichungen ersten Grades ausgedrückt werden können, ist dies natürlich auch betreffs  $Dg$  der Fall <sup>1)</sup>. Wenigstens für kurze Zeitperioden und in höheren Altersstufen kann

$$A^2 = D^2g$$

gesetzt werden. <sup>2)</sup> Die Beziehung

$$NA^2 = \text{Konstant},$$

die, wie oben hervorgegangen ist, für kurze Zeiträume näherungsweise besteht, erhält dann eine biologische Erklärung, indem gesagt werden kann, dass die Stammzahl in demselben Verhältnis abnimmt, wie die arithmetisch mittlere Grundfläche der Bäume (und ihr Standraum?) zunimmt. Die schärfere Prüfung dieses Umstands muss jedoch bis zu einer späteren Gelegenheit aufgeschoben werden.

---

<sup>1)</sup> Die geradlinige Zunahme des Durchmessers des Grundflächen-Mittelstammes ist schon von GRAM beobachtet, siehe

GRAM, J. P., Om Konstruktion af Normal-Tilvaextoversigter, med saerlig Hensyn til Iagtagelserne fra Odsherred. Tidsskrift for Skovbrug. 1879. S. 229.

<sup>2)</sup> Wäre der Mitteldurchmesser und die Dispersion in Beziehung zum Alter durch eine Gleichung  $y = ax$  ausgedrückt, dann wäre die obenstehende Beziehung immer richtig. Aus dem Vorhergegangenen ergibt sich aber, dass die Durchmesser- und Dispersions-Gleichungen von der Form

$$y = ax + b$$

sind.  $b$  hat jedoch meistens einen kleinen Wert.

## Die praktische Anwendung der Untersuchungsergebnisse.

Auf Grund der Charakteristiken der Stammverteilungsreihe und der Stammzahl ist es möglich, für jede beliebige eAlterstufe, für welche sie gültig sind, die Anzahl der Stämme in den Durchmesserklassen aus dem Ausdruck

$$F(x) = \frac{N}{\sigma} \left\{ \varphi_0(x) + \beta_3 \varphi_3(x) + \beta_4 \varphi_4(x) \right\}$$

zu ermitteln.

Zu diesem Zweck empfiehlt es sich, zuerst die im Bestande vorkommenden Durchmesserklassen zu bestimmen. Da bekanntlich Abweichungen vom Mittel, die  $\pm 3\sigma$  überschreiten, im allgemeinen nicht vorkommen, kann man sich auf folgende Weise über die infragekommenen Durchmesserklassen orientieren: Bezeichnet  $x$  den Durchmesser,  $D$  den Mitteldurchmesser und  $\sigma$  die Dispersion in cm, so ist der stärkste bzw. schwächste Baum des Bestandes durch die Beziehung

$$x = \pm 3\sigma + D$$

annähernd gegeben. Ist die Asymmetrie gross, hat z. B.  $\beta_3$  Werte über 0,1, empfiehlt es sich anstatt  $\pm 3\sigma$  in der obigen Gleichung  $\pm 4\sigma$  einzusetzen. Nachdem die bezüglichen Durchmesserklassen aufgestellt sind, werden die Abweichungen der Klassenmitten vom Mitteldurchmesser mit  $\sigma$  als Einheit ermittelt. Für diese »Standardwerte« der Klassen schlägt man in einer geeigneten Tabelle <sup>1)</sup> die Werte

$$\begin{aligned} \varphi_0(x) &= \sigma \varphi(x) \\ \varphi_3(x) &= \sigma^4 \varphi'''(x) \\ \varphi_4(x) &= \sigma^5 \varphi^{(4)}(x) \end{aligned}$$

<sup>1)</sup> CHARLIER, Researches into the Theory of Probability. S. 44 u. ff.

auf. Nach erfolgter Multiplikation des  $\varphi_3$  mit  $\beta_3$  und  $\varphi_4$  mit  $\beta_4$  werden die so erhaltenen Zahlen dem  $\varphi_0$  addiert. Die Summen multipliziert man mit  $\frac{N}{\sigma}$ , dem »Standardwert« der Stammzahl, und das Resultat gibt die Stammzahl der betreffenden Durchmesserklasse an. Bei der Berechnung habe ich mich des folgenden Rechenschemas bedient:

Die Durchmesserklassen				
$x_1$	$x_2$	$x_3$	$x_4$	.....
Die »Standardwerte« der Abweichungen der Klassenmitten von dem Mitteldurchmesser				
$\frac{x_1 - D}{\sigma}$	$\frac{x_2 - D}{\sigma}$	$\frac{x_3 - D}{\sigma}$	$\frac{x_4 - D}{\sigma}$	.....
$\varphi_{01}$	$\varphi_{02}$	$\varphi_{03}$	$\varphi_{03}$	.....
$\beta_3 \varphi_{31}$	$\beta_3 \varphi_{32}$	$\beta_3 \varphi_{34}$	$\beta_3 \varphi_{34}$	.....
$\beta_4 \varphi_{41}$	$\beta_4 \varphi_{42}$	$\beta_4 \varphi_{43}$	$\beta_3 \varphi_{44}$	.....
$\Sigma_1$	$\Sigma_2$	$\Sigma_3$	$\Sigma_4$	.....
$\frac{N}{\sigma} \Sigma_1 =$	$\frac{N}{\sigma} \Sigma_2 =$	$\frac{N}{\sigma} \Sigma_3 =$	$\frac{N}{\sigma} \Sigma_4 =$	.....
$F(x_1)$	$F(x_2)$	$F(x_3)$	$F(x_4)$	.....

Für praktischen Gebrauch empfiehlt es sich Tabellen aufzustellen, die die Stammverteilung der verschiedenen Entwicklungslinien für jedes 5:te oder 10:te Jahr des Bestandesalters angeben. Auf Grund solcher Tabellen können die normalen Gelderträge, die in verschiedenen Verhältnissen zu erwarten sind, bestimmt werden, was, wie schon eingangs hervorgehoben wurde, von grösster Bedeutung für die Waldwertrechnung und forstliche Statik ist.

Die Stammverteilungstabellen können aber auch als Massstab bei der Schätzung der künftigen Erträge eines konkreten Bestandes dienen. Die Feststellung, zu welcher Entwicklungslinie der Bestand zu rechnen ist, erfolgt nach der Standortsbonität, der Stammzahl, dem Mitteldurchmesser, der Dispersion und dem Variationskoeffizienten. Stimmt der zu untersuchende Bestand in diesen Hinsichten mit irgend einer tabellarisch dargestellten Entwicklungslinie überein, so kann man, eine

gleichartige Bestandesbehandlung vorausgesetzt, mit grosser Wahrscheinlichkeit erwarten, dass die Stammverteilung des betreffenden Bestandes auch in späteren Altersperioden mit den Tabellen-Angaben übereinstimmen wird.

Eine angenäherte Schätzung des Ertrages kann in folgender Weise geschehen: Da der Mitteldurchmesser eine lineare Funktion des Alters ist, erhält man die jährliche Zunahme des Mitteldurchmessers vermittelst Dividieren des gegenwärtigen Betrages durch das Alter, unter Voraussetzung, dass in der Gleichung

$$D_A = a A + b,$$

wo  $D_A$  den Mitteldurchmesser im Alter  $A$  bezeichnet, die Konstante  $b$  vernachlässigt werden darf. Der Mitteldurchmesser des Bestandes nach  $n$  Jahren ist dann

$$D_{A+n} = \frac{D_A}{A} \cdot n + D_A$$

Betrachtet man die Mitteldurchmesser-Gleichungen der verschiedenen Entwicklungslinien (siehe S. 125—129), so sieht man, dass  $b$  auf bessere Bonitäten und in stammärmeren Beständen einen positiven, auf den geringsten Bonitäten einen negativen Wert hat. Bei der Bestimmung der jährlichen Zunahme des Mitteldurchmessers aus dem gegenwärtigen Betrage kann die Konstante  $b$  dadurch berücksichtigt werden, dass der Ursprung des Koordinatensystems in den Schnittpunkt der Durchmesserlinie mit der x-Achse verlegt wird. Um dass zu erreichen, sind folgende Beträge zu dem Alter des Bestandes zu addieren:

Bonität I	.....	+ 11 Jahre
» II	Stammreiche Bestände ..	+ 1 Jahr
» III	Stammreiche Bestände ..	+ 0.6 Jahre
» III	Mitteldichte Bestände ..	+ 6 »
» IV	Stammarme Bestände ..	+ 11 »
» V	Stammreiche Bestände ..	- 9 »
» V	Stammarme Bestände ..	- 9.5 »

Bei einem Bestandesalter von 50—80 Jahren (in jüngeren kommen Zuwachsschätzungen kaum vor) und einem Mitteldurchmesser von 18

—27 cm ist der Einfluss der nötigen Alterskorrektur, um aus dem jetzigen Durchmesser die jährliche Zunahme desselben zu bestimmen, jedoch unbedeutend, wie leicht ersichtlich ist. Zieht man noch in Betracht, dass eine auf einzelne Jahre genaue Altersermittlung meistens nicht auszuführen ist, so dürfte eine Alterskorrektur, die extremsten Fälle vielleicht ausgenommen, nicht nötig sein.

Nachdem der Mitteldurchmesser bestimmt ist, erhält man die Dispersion der Stammverteilungsreihe aus der Beziehung

$$\sigma_{A+n} = \frac{D_{A+n} V}{100}$$

worin  $V$  den Variationskoeffizienten bezeichnet, die bekanntlich keiner Veränderung mit dem Alter unterworfen ist.

Die Dispersion kann auch in ähnlicher Weise wie der Mitteldurchmesser gefunden werden, indem man

$$\sigma_{A+n} = n \frac{\sigma_A}{A} + \sigma_A$$

setzt. Um aus

$$\frac{\sigma_A}{A}$$

einen richtigen Wert der jährlichen Zunahme der Dispersion zu erhalten, sind für die untersuchten Entwicklungslinien folgende Alterskorrekturen nötig:

Bonität I	.....	+ 18 Jahre	
»	II Stammarme Bestände ..	+ 3	»
»	III Stammreiche Bestände ..	- 2	»
»	III Mitteldichte Bestände ..	- 1.8	»
»	IV Stammarme Bestände ..	+ 10	»
»	V Stammreiche Bestände ..	- 7	»
»	V Stammarme Bestände ..	- 9	»

Praktisch können wohl auch diese Korrekturen vernachlässigt werden, wenigstens wenn es sich um ältere Bestände handelt.

Da die höheren Charakteristiken der Stammverteilungsreihe keine Veränderung mit dem Alter erleiden, können die im Bestande gegen-

wärtig ermittelten  $\beta_3$ - und  $\beta_4$ -Werte auch bei Berechnung der künftigen Stammverteilung angewendet werden.

Es bleibt somit nur übrig, die künftige Stammzahl des Bestandes zu bestimmen. Soll der während einer Durchforstungsperiode im Bestande erfolgende Zuwachs festgestellt werden, so ist es möglich die unmittelbar nach der Durchforstung vorhandene Stammzahl bei der Berechnung der künftigen Stammverteilung anzuwenden, da die Stammzahl zwischen den Durchforstungen nur unbedeutende Veränderungen erfährt. Müssen dagegen Veränderungen in der Stammzahl berücksichtigt werden, so kann die Beziehung

$$NA^2 = \text{Konstant},$$

die näherungsweise für kurze (unter 10-jährige) Zeitperioden besteht, zur Leitung dienen. Man kann auch die Stammzahl auf Grund der bekannten Tatsache bestimmen, dass bei höherem Alter die Grundflächensumme des Bestandes ziemlich konstant ist.<sup>1)</sup> Da die mittlere Grundfläche der Bäume im Bestande  $\frac{\pi}{4}(D^2 + \sigma^2)$  ist, so besteht somit folgende Beziehung

$$N = \frac{\text{Grundfläche des Bestandes}}{\frac{\pi}{4}(D^2 + \sigma^2)}$$

Das oben geschilderte Verfahren, die Bestandesentwicklung zu schätzen soll natürlich nur als eine Näherungsmethode betrachtet werden. Es dürfte aber in Beständen, die denen in dieser Studie ähnlich sind, praktisch anwendbare Resultate liefern.

Es wurde in der Einleitung angedeutet, dass die Stammverteilungsreihen auch als Grundlage bei Aufstellung einer Massenertragstafel benutzt werden können. Um eine Darstellung der Massenentwicklung zu erhalten, braucht man nur die Holzmassen nach den ausgeglichenen

<sup>1)</sup> FLURY, PH., Ertragstafeln für die Fichte und Buche der Schweiz. Mitteilungen der Schweizerischen Centralanstalt für das forstliche Versuchswesen. Zürich 1907. IX Bd. S. 229. »Charakteristisch für die Kreisflächenkurve der Fichte des Hügellandes ist ihr ungemein rasches Ansteigen vom jugendlichen Alter bis etwa zum 60 Jahre und von hieran eine nur geringe Zunahme bis zum 80 Jahre, — —».

Stammverteilungsreihen für verschiedene Altersstufen zu berechnen. Diese Massenermittlung ist sehr einfach. Wie u. a. SPEIDEL<sup>1)</sup> dargetan hat, ist der Grundflächen-Mittelstamm geschlossener Bestände zugleich auch Massen-Mittelstamm. Da die Höhen- und Formverhältnisse der Bäume durch die Ausglei chung der Stammverteilungsreihe keine Veränderung erlitten haben, so verhalten sich die Massen-Mittelstämme in dem ursprünglichen Bestande und in einem Bestande, dessen Stammverteilung der ausgeglichenen Stammverteilung entspricht, wie die resp. Kreisflächen.<sup>2)</sup> Bezeichnet  $M$  die Holzmasse,  $N$  die Stammzahl pro Flächeneinheit und  $g$  die mittlere Kreisfläche des ursprünglichen Bestandes, die Buchstaben mit Index die entsprechenden Größen in einem Bestande mit ausgeglichener Stammverteilungsreihe, so besteht folgende Beziehung

$$M' = N' \frac{Mg'}{Ng}$$

Die Ausglei chung und Interpolation der  $M'$ -Werte erfolgt am besten graphisch.

Es hat sich bei dieser Studie gezeigt, dass die homogenen Entwicklungslinien durch Übereinstimmung von Stammzahl, Mitteldurchmesser, Dispersion und Variationskoeffizienten gekennzeichnet sind. Es wird dadurch möglich, schärfer als früher anzugeben, für welche Bestände eine Ertragstafel gültig ist, und der schwebende Begriff »normale Bestände« kann durch eine zahlenmässige Bestandes. — Charakteristik ersetzt werden. Die Ertragsuntersuchungen können somit auf verschiedenartige auch »nicht normale« Bestände ausgedehnt werden und gewinnen dadurch an praktischer Bedeutung. Durch Vergleich der Entwicklung von Beständen mit verschiedenem Stammreichtum kann die Lösung der praktisch wichtigen Frage von der unter gegebenen Verhältnissen vorteilhaftester Erziehungsform und zweckmässigstem Durthforstungsgrad gefördert werden.

1) SPEIDEL, Beiträge zu den Wuchsgesetzen des Hochwaldes. Tübingen 1813. S. 102.

2) Die Holzmassen der Bäume in einem Bestande verhalten sich bekanntlich wie die zugehörigen Brusthöhengrundflächen. Siehe z. B.

KOPEZKY, Neue Verfahren der Bestandesmassenermittlung. Centralblatt für das gesamte Forstwesen. 1897. S. 337 u. ff.

Zu einem erfolgreichen Studium dieser Frage ist jedoch das jetzt vorliegende Material zu klein.

Durch das Studium der Bestandesentwicklung nach der hier eingeschlagenen Methode können auch für die Forsteinrichtung wichtige Ergebnisse erzielt werden. Es wird nämlich möglich das Auftreten der verschiedenen Dimensionen im Normalwalde klarzulegen und die Verteilung des Normalvorrats auf Grössen- bzw. Durchmesserklassen anzugeben, was für die Hiebsatz-Bestimmung besonders nach einigen in Schweden und Finland gebräuchlichen Methoden von grosser Bedeutung ist<sup>1)</sup>. Die nähere Erörterung dieser Fragen muss jedoch bis zu einer späteren Gelegenheit aufgeschoben werden.

---

1) Die Vorschläge zur Verbesserung der von der schwedischen Domänen-direktion gegebenen Vorschriften vom 29/V 1867, 18/V 1869 und 28/V 1902 für die Bestimmung des Hiebsatzes suchen das Vorkommen der Bäume in gewissen Grössenklassen im Normalwalde zu berücksichtigen. Dabei hat man sich jedoch mangels diesbezüglicher Untersuchungen mit hypothetischen Annahmen begnügen müssen. Siehe:

ÖSTERBLAD, Th., Om ordnad timmerblädning. Tidskrift för skogshushållning. Stockholm 1892. S. 129 u. ff.

PETTERSSON, H., Om afverkningsberäkning för blädningsskogar. Skogsvårdsföreningens Tidskrift. Stockholm 1906. S. 74-86.

MAAS, ALEX., Om afverkningsberäkning för blädningsskogar. Skogsvårdsföreningens Tidskrift. Stockholm 1906. S. 141-146.

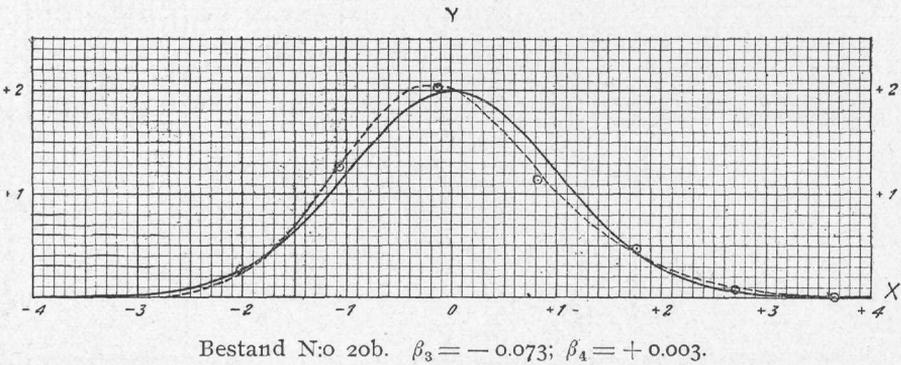
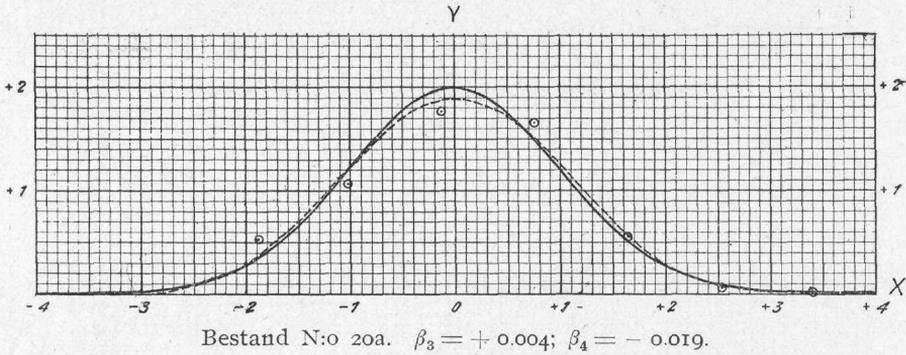
MORING, K., Bidrag till frågan om afverkningsberäkningen för blädningsskogar. Finska Forstföreningens Meddelanden. Helsingfors 1907. XXIV. S. 146 u. ff.

Auch für andere Forsteinrichtungs- und Hiebsatzbestimmungs-Methoden hat die Verteilung der Stämme auf Grössenklassen im Normalwalde eine grosse Bedeutung. So z. B. in der s. g. Méthode du contrôle, siehe

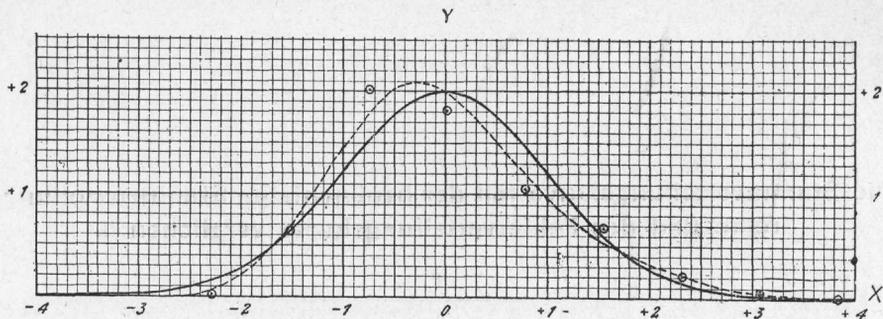
BIOLLEY, H., Die pflegliche Bewirtschaftung des Waldes im Plenterbetrieb. Schweizerische Zeitschrift für Forstwesen. 1901. S. 181 u. ff.

---

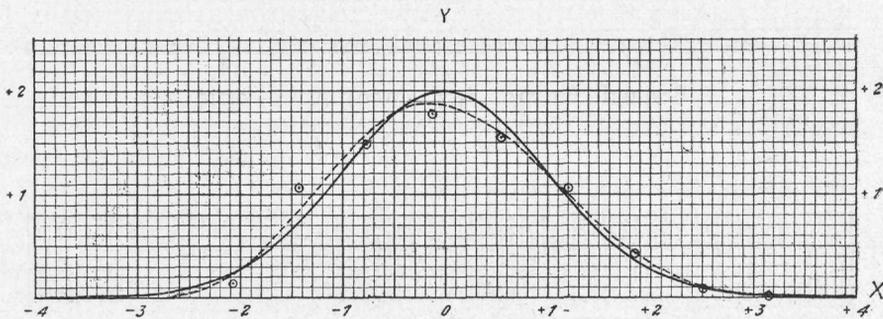
Die Stammverteilungskurve mit der beobachteten Stammverteilungsreihe und der Fehlerverteilungskurve verglichen<sup>1)</sup>.



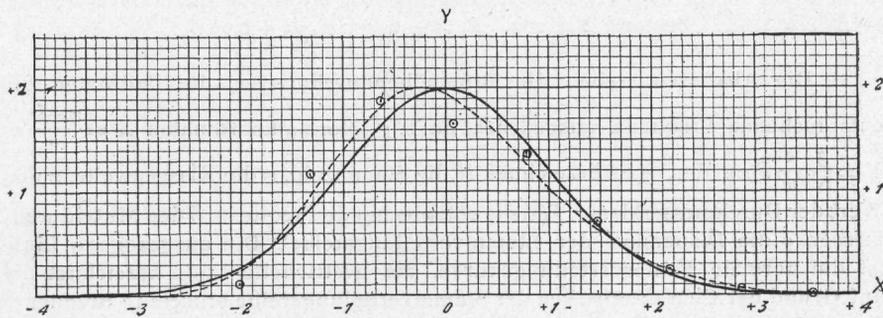
<sup>1)</sup> Die Abszissen stellen die Brusthöhendurchmesser, die Ordinaten die entsprechende Frequenz, ausgedrückt in s. g. Normalkoordinaten  $X = \frac{x-D}{\sigma} w$ ;  $Y = \frac{5}{N} \frac{\sigma}{w} F(x)$ , dar. (Es bezeichnen  $N$  die Stammzahl,  $w$  die Klassenweite,  $x$  den Wert der Durchmesserklasse,  $F(x)$  die entsprechende Frequenz,  $D$  den Mitteldurchmesser,  $\sigma$  die Dispersion der Stammverteilungsreihe). Die ausgezogene Linie ist die normale Fehlerverteilungskurve, die gestrichelte Linie bezeichnet die auf Grund der Charakteristiken der Stammverteilungsreihe ermittelte Frequenzkurve. Die Punkte bezeichnen in den verschiedenen Durchmesserklassen beobachtete Stammzahlen, die als Ordinaten der Klassenmitten dargestellt sind.



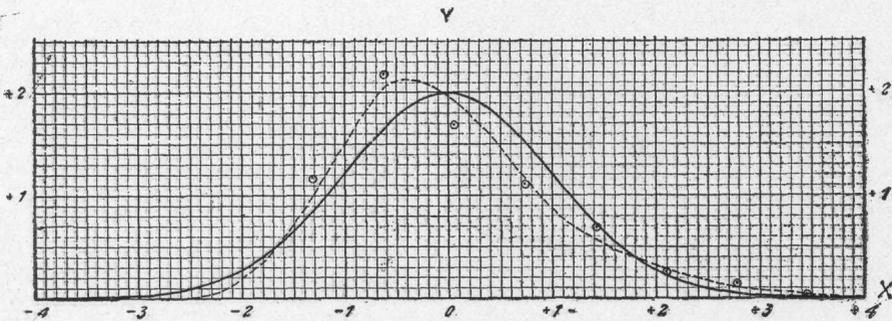
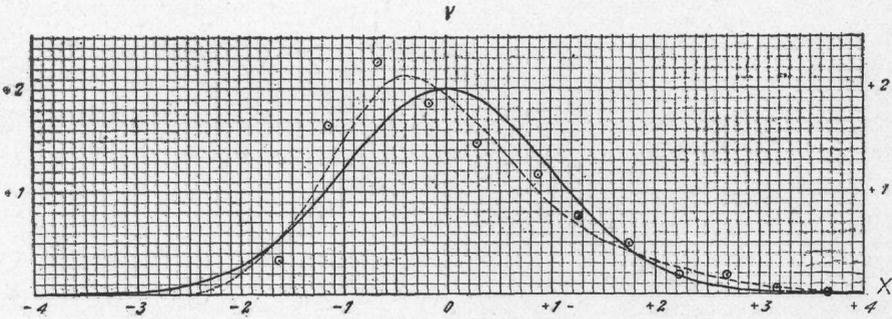
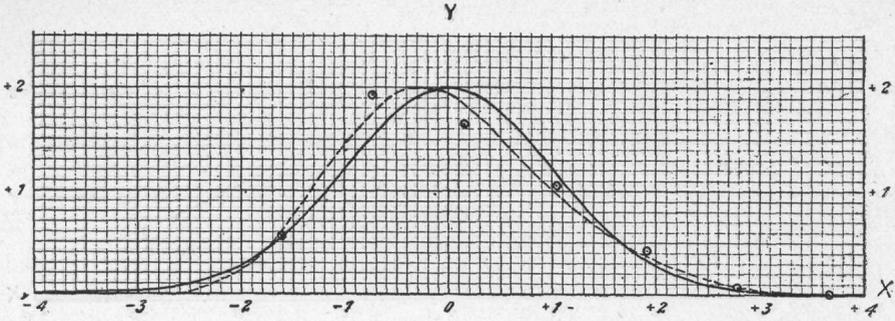
Bestand N:o 20c.  $\beta_3 = -0.105$ ;  $\beta_4 = +0.001$ .

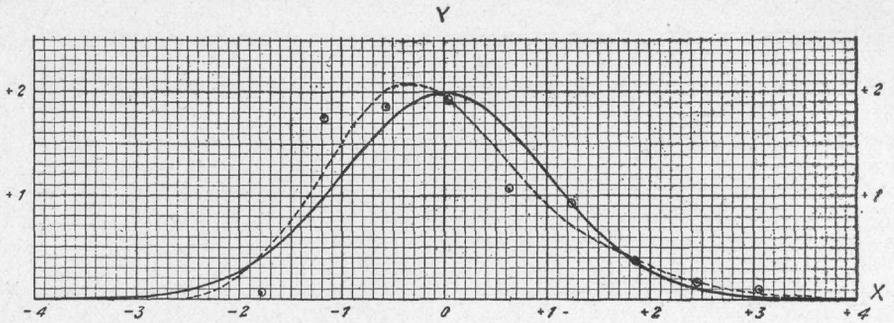


Bestand N:o 23a.  $\beta_3 = -0.035$ ;  $\beta_4 = -0.023$ .

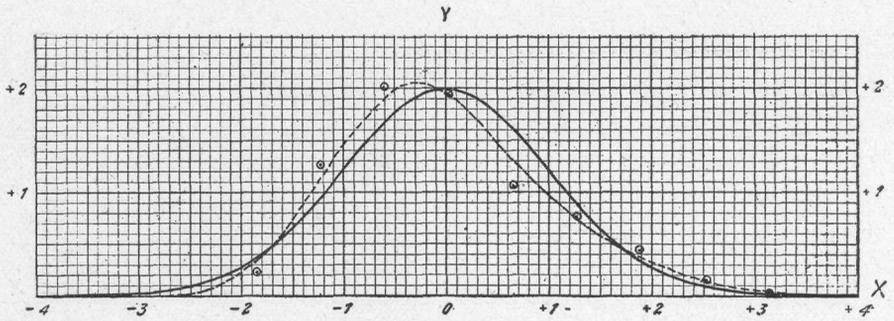


Bestand N:o 23b.  $\beta_3 = -0.078$ ;  $\beta_4 = -0.009$ .

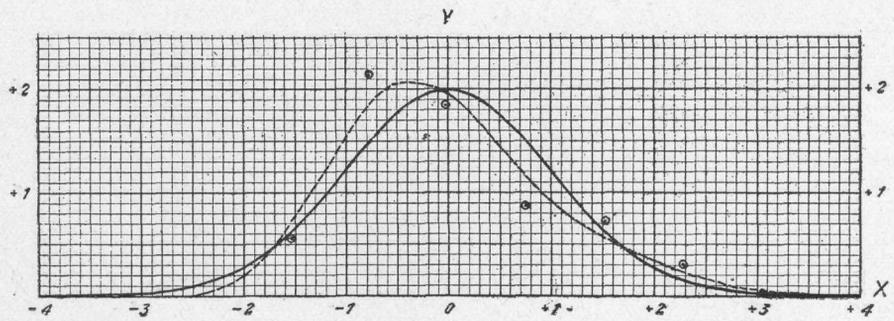




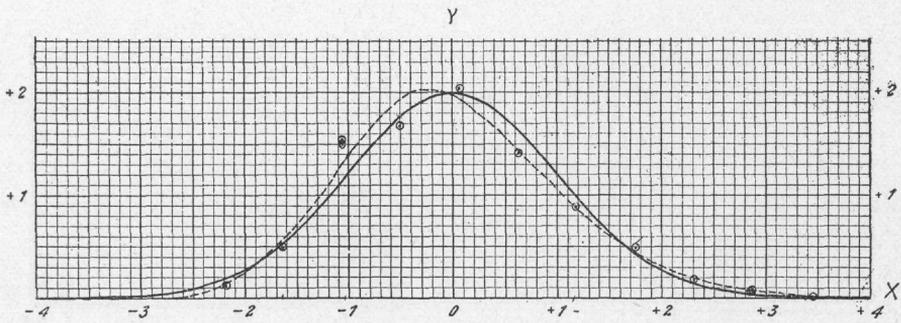
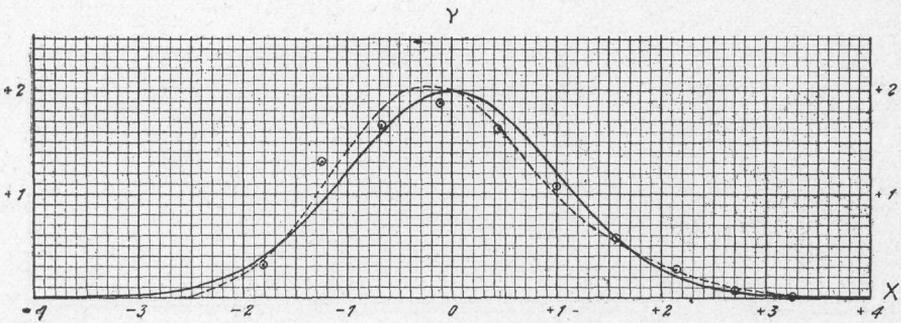
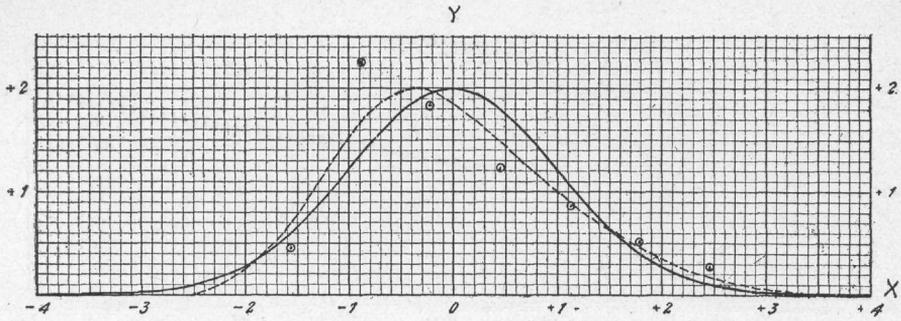
Bestand N:o 34c.  $\beta_3 = -0.118$ ;  $\beta_4 = -0.001$ .

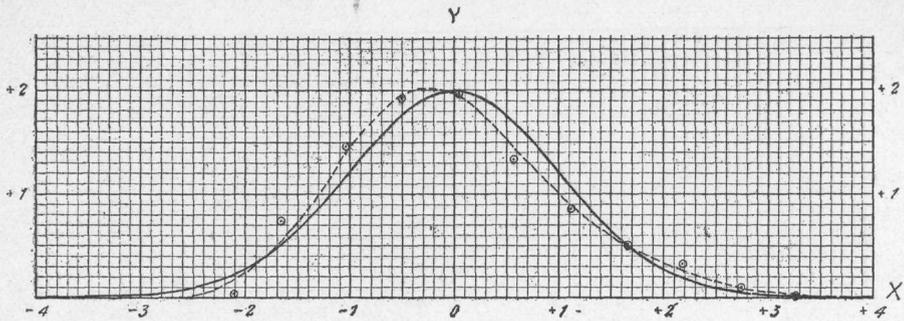


Bestand N:o 44a.  $\beta_3 = -0.103$ ;  $\beta_4 = -0.005$ .

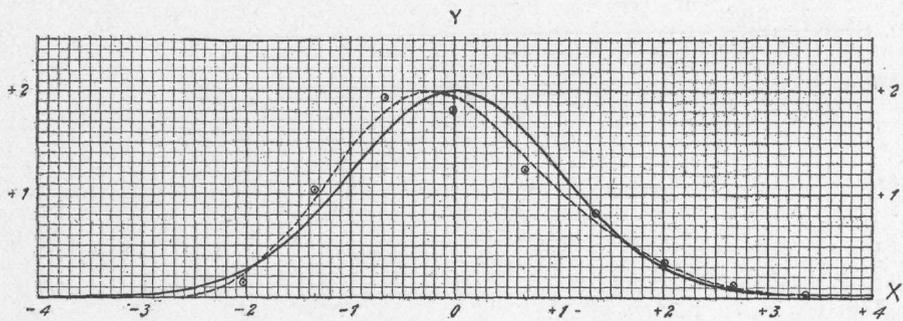


Bestand N:o 44b.  $\beta_3 = -0.126$ ;  $\beta_4 = -0.008$ .

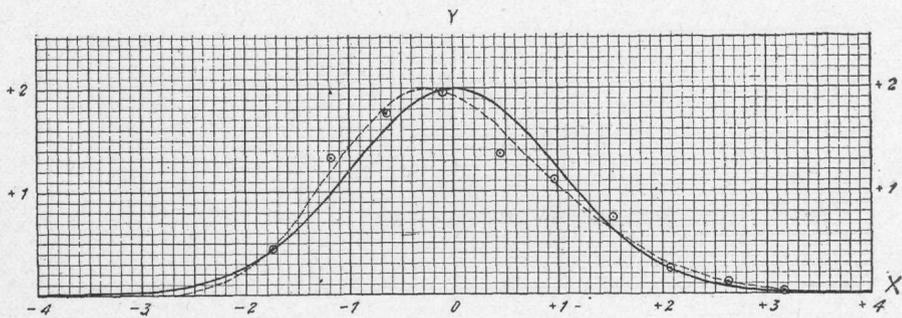




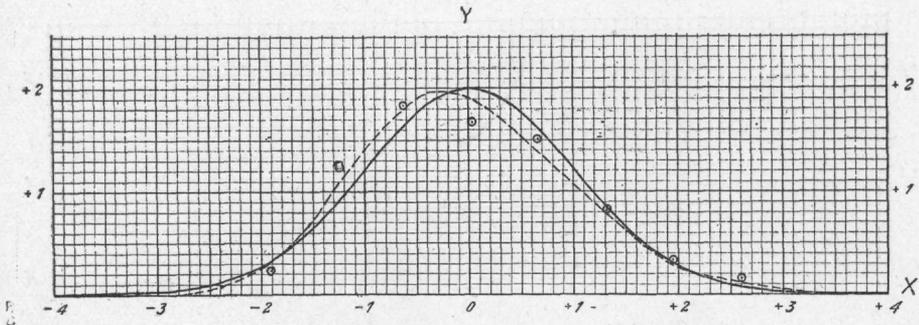
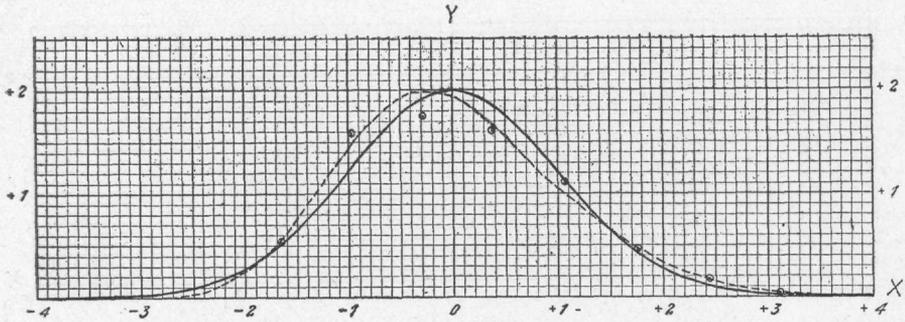
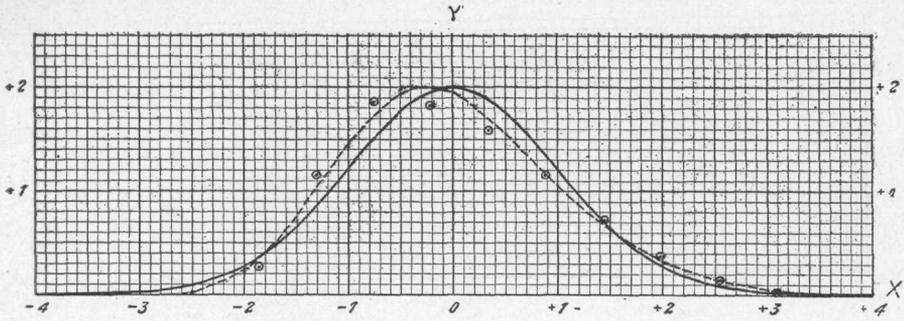
Bestand N:o 57c.  $\beta_3 = -0.089$ ;  $\beta_4 = -0.004$ .

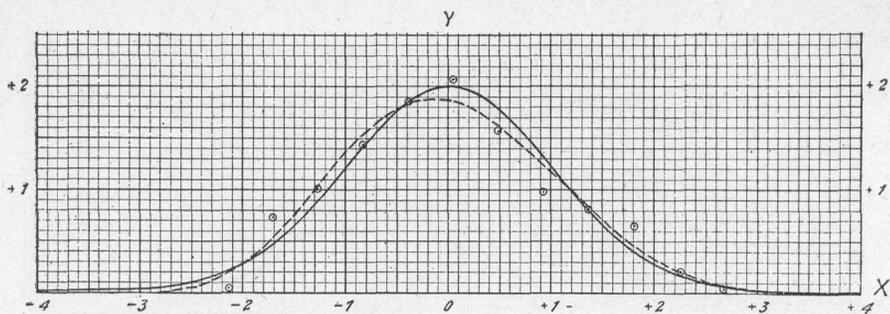


Bestand N:o 57d.  $\beta_3 = -0.084$ ;  $\beta_4 = -0.010$ .

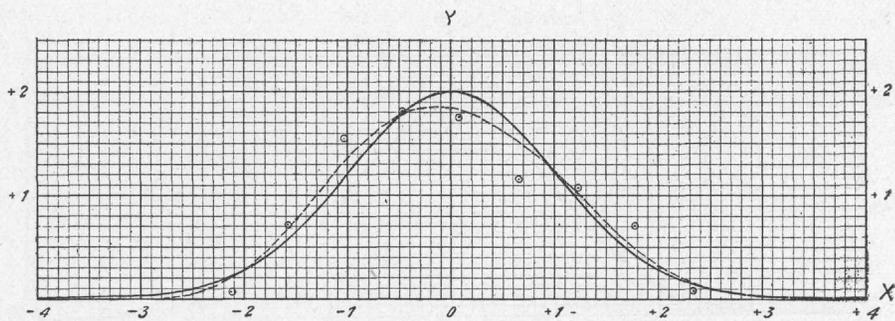


Bestand N:o 58a.  $\beta_3 = -0.079$ ;  $\beta_4 = -0.012$ .

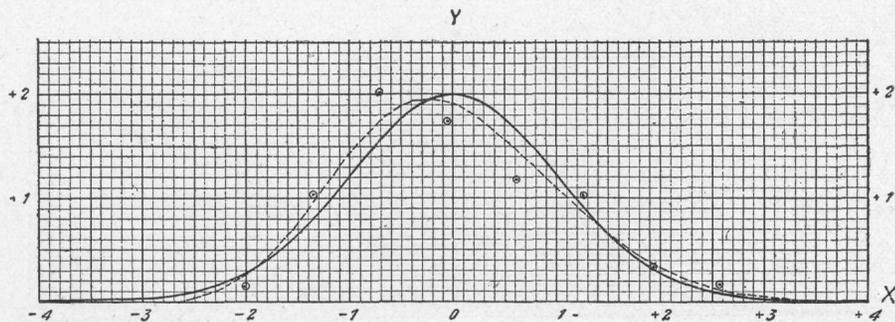




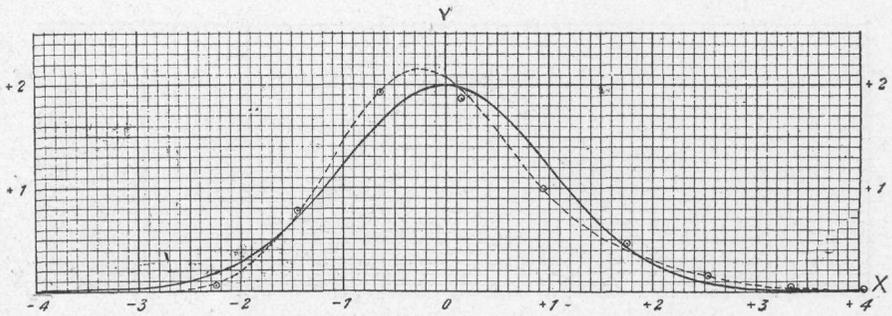
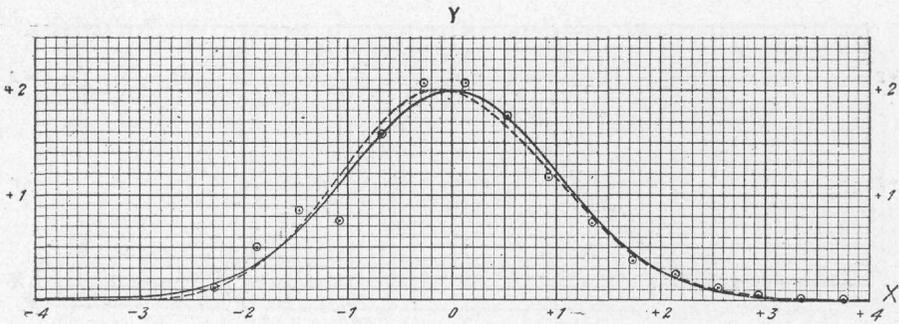
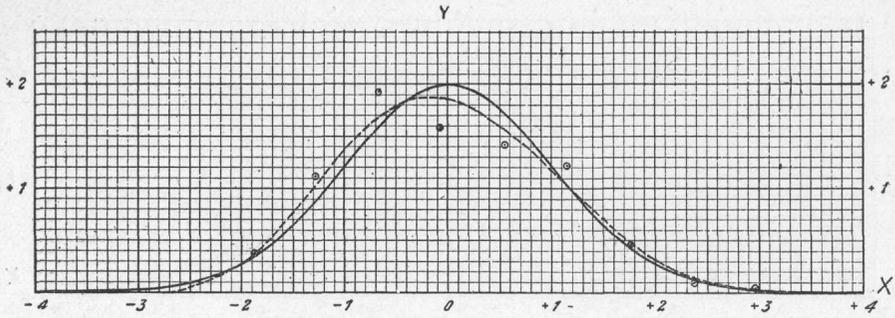
Bestand N:o 64a.  $\beta_3 = -0.037$ ;  $\beta_4 = -0.023$ .

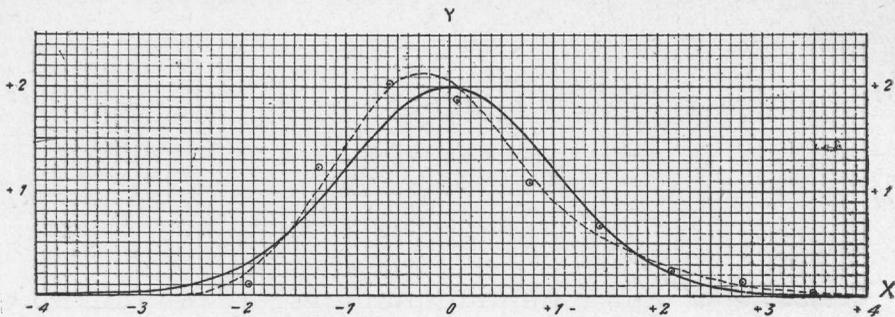


Bestand N:o 64b.  $\beta_3 = -0.028$ ;  $\beta_4 = -0.028$ .

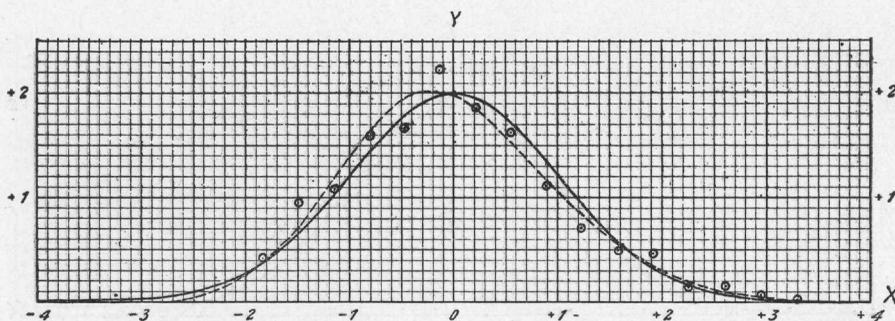


Bestand N:o 65a.  $\beta_3 = -0.072$ ;  $\beta_4 = -0.014$ .

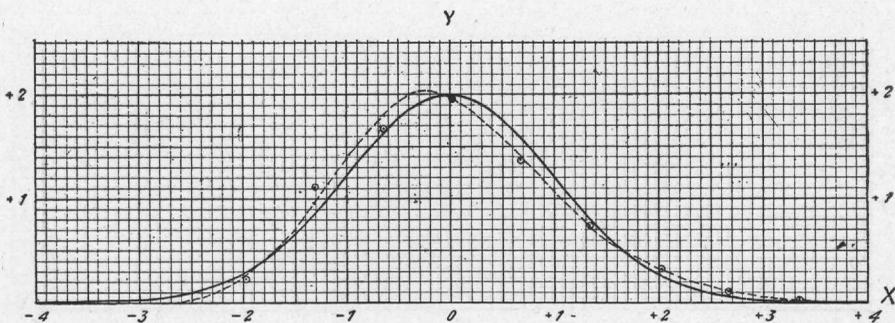




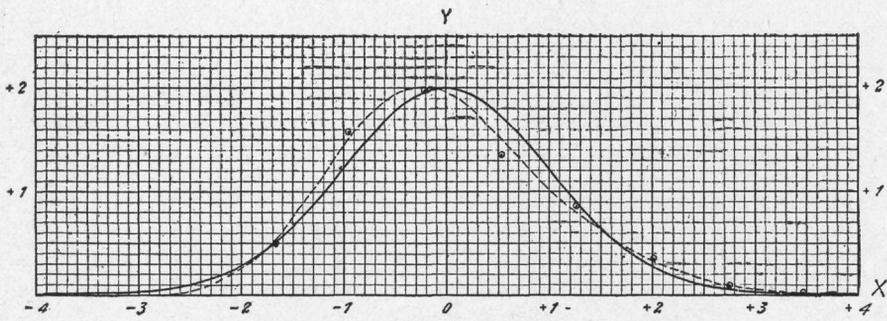
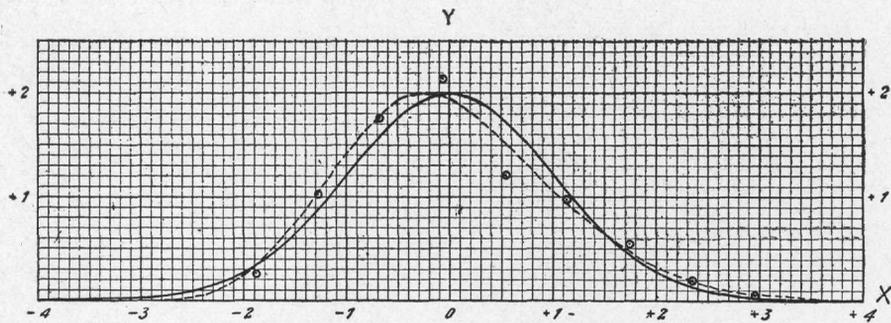
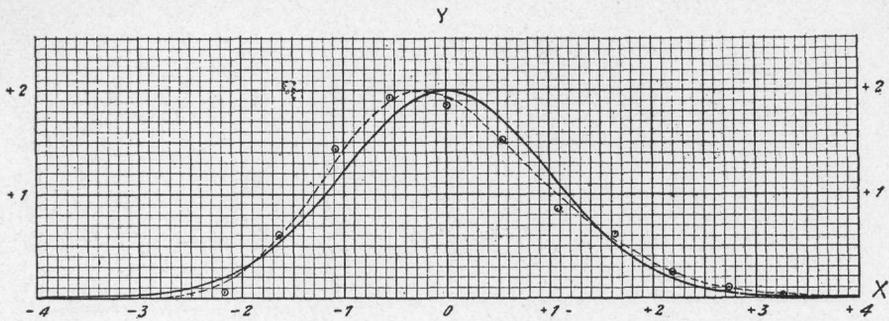
Bestand N:o 107c.  $\beta_3 = -0.117$ ;  $\beta_4 = +0.012$ .

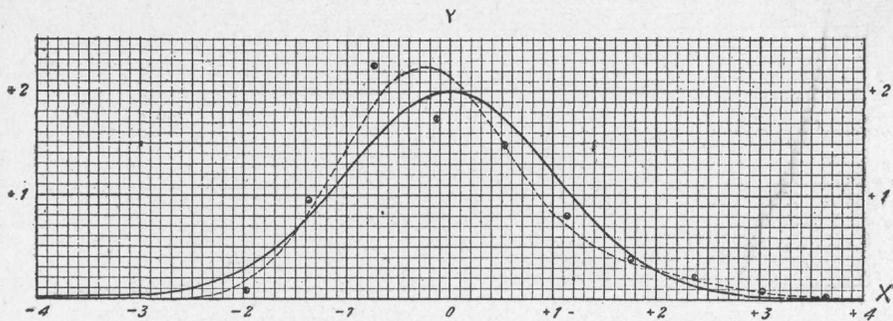


Bestand N:o 109a.  $\beta_3 = -0.070$ ;  $\beta_4 = -0.003$ .

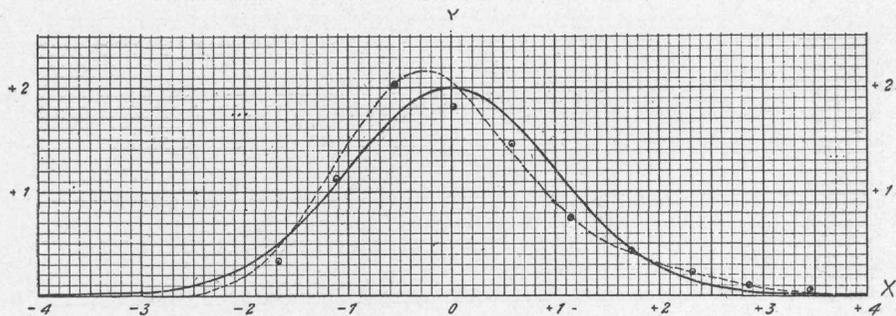


Bestand N:o 109b.  $\beta_3 = -0.075$ ;  $\beta_4 = -0.002$ .





Bestand N:o 119a.  $\beta_3 = -0.133$ ;  $\beta_4 = +0.024$ .



Bestand N:o 119b.  $\beta_3 = -0.123$ ;  $\beta_4 = +0.013$ .